Příklad 1: Dokažte ekvivalenci následující definice KPR:
$(\mathcal{X}, \mathcal{P})$ je množinový systém, a pro $n \in \mathbb{N}; n \geq 2$ platí

(M1) $|\mathcal{X}| = |\mathcal{P}| = n^2 + n + 1$

(M2) $\forall p \in \mathcal{P} : |p| = n + 1$

(M3) $\forall p \neq q \in \mathcal{P} : |p \cap q| \leq 1$

Dokažte:

1) jeden z nedegeneračních axiomů
2) axiom (A1) počítáním dvojic bodů děma způsoby
3) každý bod patří do právě $n + 1$ přímek.
4) 3) implikuje (A2), počítáním průniků přímek dvěma způsoby

Příklad 2: Co se v předchozí definici změní, pokud dovolíme $n \in \{1, 0\}$?

Příklad 3: Zkonstruujte KPR řádu 3.

Příklad 4: Ukažte, že pokud $(A)_{i,j}, (B)_{i,j}$ jsou ortogonální latinské čtverce řádu k nad prvky $1, 2, \ldots, k$, potom čtverec $(C)_{i,j}$ definovaný jako $c_{i,j} = a_{i,j} + kb_{i,j}$ je magický čtverec nad prvky $1, 2, \ldots, k^2$.

Úkol 3-1: Z axiomů KPR ukažte následující

- $(\forall p_1, p_2, p_3 \in \mathcal{P})(\exists x \in \mathcal{X}) \quad x \notin p_1 \cup p_2 \cup p_3$ pokud uvažovaná KPR není Fanova rovina
- $(\forall x \in \mathcal{X})(\exists p_1, p_2, p_3 \in \mathcal{P}) \quad x \notin p_1 \cup p_2 \cup p_3$ kde p_1, p_2, p_3 jsou vzájemně různé přímky

Kde $\mathcal{X}$ je množina bodů a $\mathcal{P}$ je množina přímek

Úkol 3-2: Chceme zkonstruovat $n-1$ vzájemně ortogonálních latinských čtverců řádu n pro nějaké n alespoň 4. Načrtněte takovou konstrukci a explicitně sestavte tři takové čtverce (které lze zaručeně doplnit na plný počet čtverců pokud nejsou všechny). Nechceme řešit hrubou silou.

Úkol 3-3: První dva axiomy KPR, (A1) a (A2), hovoří o právě jedné přímce ("$= 1$"), a právě jednom bodě ("$= 1$").
Uvažte všechny možnosti uvolnění jednoho nebo obou axiomů na nerovnosti ("≤ 1" a "≥ 1"). Pro každou možnost ukažte, že po příslušné změně axiomů stále dostáváme právě KPR, nebo ukažte protipříklad. Existuje celkem 8 možností jak axiomy uvolnit, některé kombinace lze vyřešit dohromady.