

Příklad 1: Definujte graf a relaci.

Najděte analogie variant grafů a vlastností relací.

Příklad 2: Rozhodněte pravdivost a zvažte korektnost následujících tvrzení:

- Graf je strom pokud odebráním libovolné hrany vzroste počet komponent, a přidáním žádné hrany počet komponent neklesne.
- Graf je strom jestliže odebráním listu získáme zase strom.
- Graf je strom jestliže kontrakcí libovolné hrany získáme opět strom.
- Les je skupina stromů.
- Les je nesouvislý strom.
- Les je strom, který nemusí být souvislý.

Příklad 3: Dokažte, že skoro všechny celočíselné hodnoty lze sestavit z mincí hodnot 3 a 5. Rozhodněte kolik minimálně mincí hodnoty 3 nebo 5 je třeba.

Příklad 4: Dokažte následující identity. Pro jaké vztahy n, m, k, r dávají identity smysl?

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{n+m}{r}$$

$$\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}$$

$$\sum_{k=1}^n k = \binom{n+1}{2}$$

Příklad 5: Odvoďte kombinatoricky $\sum_{k=1}^n k^2$.

Hint: odpověď je $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$