

### Aproximace maxSAT

MaxSAT je problém, kde na vstupu máme formuli v CNF tvaru, a ptáme se, kolik maximálně klauzulí je možné splnit najednou, přes všechny volby nastavení proměnných.

Všimněme si, že počet klauzulí je zde klíčový pojem. Nemůžeme tedy formuli libovolně upravovat. Formule na vstupu může obsahovat více kopií té samé klauzule, ty není možné mazat.

Uvažme následující hladový algoritmus. Bereme proměnné v libovolném pořadí. Pro každou proměnnou spočítáme, v kolika klauzulích se objevuje jako kladný a záporný literál, a zvolíme pro ni hodnotu, která splňuje více klauzulí. Formuli částečně dosadíme (smažeme výskyty dosazené proměnné, smažeme splněné klauzule, smažeme prázdné klauzule). Proces opakujeme.

**Úkol 6-1:** Ukažte, že algoritmus popsany výše je  $\frac{1}{2}$ -aproximace.

Dokažte, že pokud navíc předpokládáme, že každá klauzule na vstupu obsahuje literály od alespoň tří různých proměnných, je algoritmus výše (bez úprav) dokonce  $\frac{3}{4}$ -aproximace.

V obou případech dokonce platí, že algoritmus splní příslušný zlomek ze všech klauzulí.

Nalezněte příklady vstupů, na kterých algoritmus může dát řešení, které není lepší než příslušné odhady (a dokažte). Nezapomeňte, že pokud formule není splnitelná, aproximace nemá za úkol splnit příslušný zlomek všech klauzulí, ale pouze zlomek počtu klauzulí, které lze splnit současně.