

V redukcích úloh na toky často konstruujeme sítě s kapacitami pouze 1. Na takových sítích se nám známé algoritmy chovají mnohem lépe **bez jakýchkoliv úprav**.

V úlohách 3-1 a 3-2 máte za úkol změnit pouze malé části důkazů složitosti, můžete přitom používat všechna ostatní tvrzení, která jsou během důkazů na přednášce / v průvodci použita. Při použití, prosím, používejte tvrzení jako znení faktů (tzn. co platí, nepoužívejte jejich názvy/čísla).

Nenechte se příliš unést inspirací z průvodce, ten obsahuje mnohem silnější a hlavně komplikovanější odhady. Cílem úkolu je zopakovat si analýzy z přednášky, nikoliv se naučit nové extra-spletité (nebo vymýšlet vylepšení algoritmů).

Analýza 0/1 Dinicije

Úkol 3-1: Ukažte, že pokud původní graf měl kapacity pouze 1, blokující tok bude nalezen v čase $\mathcal{O}(m)$, a tedy i celková složitost algoritmu se příslušně změní (uveďte, jaká bude).

POZOR: kapacity 1 neimplikují rezervy ≤ 1 .

Analýza 0/1 Goldberga

Úkol 3-2: Ukažte, že pokud původní graf měl kapacity pouze 1, umíme lépe odhadnout celkové zvýšení potenciálu, a tedy i celkový počet nenasycených převedení. Z toho přirozeně získáváme i lepší časovou složitost celého algoritmu (uveďte, jaká bude).

(Používáme stejný potenciál jako na přednášce, tedy součet výšek vrcholů s přebytkem. Stejně jako na přednášce, zpracováváme vrcholy s přebytkem v libovolném pořadí, nehledě na výšku - žádná vylepšení a heuristiky)

POZOR: kapacity 1 neimplikují rezervy ≤ 1 .

Konstantní kapacity

Úkol 3-3: Miniúložka na závěr: Pokud bychom místo kapacit 1 dovolili (celočíslné) kapacity z rozmezí $1, \dots, k$ pro nějakou konstantu $k = \mathcal{O}(1)$, co se změní v analýzách výše?