

Konverze Domina

Úkol 2-1: Na vstupu máme mřížku $n \times n$, ve které některá pole jsou zablokovaná. Chceme na mřížku rozmístit co nejvíce kostek domina (obdélníky 1×2). Kostky domina můžeme otáčet o 90 stupňů, obě poloviny každé kostky musí být na políčku mřížky, nesmí se překrývat s jinou kostkou ani zasahovat do zablokovaných polí.

Úlohu je možné vyřešit pomocí toků. Navrhněte postup, kterým z mřížky na vstupu vybudujeme zadání úlohy hledání maximálního toku jehož řešení je možné zpět přeložit na řešení úlohy o dominu.

- Popište, jak vytvořit zadání tokové úlohy ze vstupu (není třeba popisovat přímo algoritmus provádějící konverzi) a jak z řešení tokové úlohy zkonstruovat řešení pro domino.
- Ukažte ekvivalenci úlohy s dominem a úlohy na maximální tok (korektnost transformace). Tzn. je potřeba ukázat dvě tvrzení, že řešení zkonstruované tokové úlohy vydá "stejně dobré" řešení úlohy s dominem, a naopak řešení úlohy s dominem dá "stejně dobrý" tok.
- Ukažte, že z předchozího už plyne, že optimální řešení jedné úlohy je optimálním řešením druhé úlohy. (A tedy máme korektní alg. na řešení domina)

Protože nekonstruujeme explicitní algoritmus, protentokrát nás nezajímá složitost. Avšak, konstrukce by měla být rozumná (tedy asymptoticky zhruba stejné velikosti jako původní úloha, nechceme "vrchol pro každé rozmístění kostek" apod.).