Polynomiální převody

Pro problémy $A, B : \{0,1\}^* \to \{0,1\}$ řekneme, že A je převoditelný na B ($A \leq B$) pokud existuje funkce f zobrazující instance A na instance B t.ž.

$\forall I \in \{0,1\}^* : I \in A \leftrightarrow f(I) \in B$

a f lze vyhodnotit v polynomiálním čase, a $f(I)$ má polynomiální velikost.

Příklad 1: (3,3)-SAT je varianta CNF SATu, kde klauzule mají délku nejvýše 3 a každá proměnná se vyskytuje nevjvýše 3-krát.

Ukažte, že (3,3)-SAT je NP-úplný.

Příklad 2: 3D-párování je následující úloha:

Nad třemi množinami A, B, C (stejných velikostí) je zadána množina trojic $E \subseteq A \times B \times C$. Ptáme se, zda existuje $M \subseteq E$ t.ž. každý prvek z A, B, C je obsažen v **právě jedné** trojici v M.

(Pro lepší intuici porovnejme s problémem perfektního párování na bipartitním grafu, kde máme partity A, B a množinu hran E. Hledáme $M \subseteq E$ perfektní párování.)

Ukažte, že 3D-párování lze převést na SAT.

(opačný převod viz. Průvodce str. 439)

Příklad 3: Ukažte vzájemnou převoditelnost existence Hamiltonovského cyklu a Hamiltonovské cesty. Cykluc nebo cesta jsou Hamiltonovské právě tehdy pokud prochází všemi vrcholy grafu.

Příklad 4: Ukažte, že obecný problém obchodního cestujícího není možné aproximovat v polynomiálním čase.

(Předpokládáme-li, že délky hran splňují metriku, potom existují 2- a 3/2-aproximační algoritmy, viz. Průvodce str. 454 a Christofidesův algoritmus. Předpokládáme-li rovinnost vstupního grafu a délky hran představující rovinnou metriku, potom existuje dokonce úplné polynomiální aproximační schéma.)