Hradlové sítě

Pojmy: hradlo, vrstva, hloubka, velikost

Příklad 1: Sestrojte hradlovou síť počítající majoritní funkci 4 bitů. Řešit lze pomocí tří 2-vstupových hradel pokud nevyžadujeme konzistentní výstup pro vyvážené vstupy, a pomocí šesti hradel pokud vyžadujeme konzistenci.

Příklad 2: Ukažte, že libovolnou funkci s k bitovými vstupy a jedním (nebo ekvivalentně více) bitovým výstupem lze počítat hradlovou sítí o hloubce $O(k)$.

Hint: Řešení je "hrubou silou", síť bude exponenciální velikosti

Důsledek: místo bitových logických hradel můžeme uvažovat hradla pro libovolné k-bitové funkce (např. komparátory), hloubka asymptoticky nevzroste.

Příklad 3: Navrněte hradlovou síť počítající součet m n-bitových čísel v hloubce $\mathcal{O}(\log(n) + \log(m))$

Hint: Chceme sčítání tří čísel převést na sčítání dvou čísel, v konstantní hloubce. Základní myšlenka se opírá o carry-bity.

Důsledek: Násobení dvou čísel lze provádět v hloubce $\mathcal{O}(\log(n))$

Příklad 4: Pokud simulujeme hradlovou síť v RAM modelu, lze snadno nahlédnout, že můžeme dosáhnout času úměrného velikosti, a prostoru úměrného šířce sítě. Ukažte, že simulovat lze i v prostoru úměrnému hloubce sítě (za cenu až exponenciálního času).

Hint: Hodnotu hradla můžeme určit rekurzivně z hodnot jeho předchůdců.

Příklad 5: Navrhněte síť, která dostane na vstupu matici sousednosti (neorientovaného) grafu, a rozhodne, zda je graf souvislý. Hloubka $\mathcal{O}(\log^2(n))$

Komparátorové sítě

Příklad 6: Navrhněte a porovnejte komparátorový insert-sort a bubble-sort.

Příklad 7: Dokažte, že komparátorová třídící síť (nebo obecně třídící algoritmus v porovnávacím modelu) je korektní právě tehdy když správně funguje pro všechny 0/1-vstupy.

 pekarej@iuuk.mff.cuni.cz