

Pojmy: Vrchol, hrana, stupeň

Příklad 1: Definujme graf dělitelnosti D následovně

$$V(D) = \{1, 2, \dots, 10\}; E(D) = \{\{x, y\} : (x|y \vee y|x) \wedge x \neq y\}$$

Najděte v D list, apex, největší úplný podgraf, nejdelší cyklus, nejdelší cestu

Příklad 2: Dokažte následující identity. Pro jaké vztahy n, m, k, r dávají identity smysl?

$$\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{n+m}{r}$$

$$\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}$$

Příklad 3: Kolik je na množině $\{1, \dots, n\}$ různých

- $K_n; P_n; C_n$
- grafů se všemi stupni 1

Příklad 4: Určete počet kružnic C_k v grafu $K_{m,n}$.

Příklad 5: Rozhodněte pravdivost a zvažte korektnost následujících tvrzení:

- Graf je strom pokud odebráním libovolné hrany vzroste počet komponent, a přidáním žádné hrany počet komponent nevrzroste.
- Graf je strom jestliže obsahuje list jehož odebráním získáme zase strom.
- Graf je strom jestliže kontrakcí libovolné hrany získáme opět strom.
- Les je skupina stromů.
- Les je nesouvislý strom.
- Les je strom, který nemusí být souvislý.

Pojmy: dosažitelnost, komponenta, isomorfismus

Příklad 6: Ukažte, že isomorfismus grafů je ekvivalence.

Příklad 7: Ukažte, že nejkratší cesta mezi dvěma vrcholy je vždy indukovaná.

Příklad 8: Ukažte, že graf s lichým cyklem vždy obsahuje indukovaný lichý cyklus.

Pojmy: Vrchol, hrana, stupeň

Příklad 1: Definujme graf dělitelnosti D následovně

$$V(D) = \{1, 2, \dots, 10\}; E(D) = \{\{x, y\} : (x|y \vee y|x) \wedge x \neq y\}$$

Najděte v D list, apex, největší úplný podgraf, nejdelší cyklus, nejdelší cestu

Příklad 2: Dokažte následující identity. Pro jaké vztahy n, m, k, r dávají identity smysl?

$$\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} \binom{m}{r-k} = \binom{n+m}{r}$$

$$\binom{n}{m} \binom{m}{k} = \binom{n}{k} \binom{n-k}{m-k}$$

Příklad 3: Kolik je na množině $\{1, \dots, n\}$ různých

- $K_n; P_n; C_n$
- grafů se všemi stupni 1

Příklad 4: Určete počet kružnic C_k v grafu $K_{m,n}$.

Příklad 5: Rozhodněte pravdivost a zvažte korektnost následujících tvrzení:

- Graf je strom pokud odebráním libovolné hrany vzroste počet komponent, a přidáním žádné hrany počet komponent nevzroste.
- Graf je strom jestliže obsahuje list jehož odebráním získáme zase strom.
- Graf je strom jestliže kontrakcí libovolné hrany získáme opět strom.
- Les je skupina stromů.
- Les je nesouvislý strom.
- Les je strom, který nemusí být souvislý.

Pojmy: dosažitelnost, komponenta, isomorfismus

Příklad 6: Ukažte, že isomorfismus grafů je ekvivalence.

Příklad 7: Ukažte, že nejkratší cesta mezi dvěma vrcholy je vždy indukovaná.

Příklad 8: Ukažte, že graf s lichým cyklem vždy obsahuje indukovaný lichý cyklus.

(6. série nebyla, zachováme číslování synchronní se cvičením)

Domácí úkoly - 7. série

Úkol 7-1: Graf G je samodoplňkový právě tehdy když je izomorfní svému doplňku \bar{G} . Najděte všechny samodoplňkové kružnice, a dokažte, že žádné jiné neexistují. [3 body]

Definice: Pro $G = (V, E)$ definujeme doplněk $\bar{G} = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$

Kde $\binom{V}{2}$ je množina všech neuspořádaných dvojic prvků z V

Úkol 7-2: Kolik různých koster má úplný bipartitní graf $K_{2,n}$? [3 body]

Úkol 7-3: Mějme strom s k listy a vnitřními vrcholy stupně 3. Určete počet vrcholů stromu. [2 body]

Úkol 7-4: Pro která n existuje graf na n vrcholech mající všechny stupně různé? Dokažte. [2 body]

Úkol 7-5: Dokažte, že všechny $(n - 2)$ -regulární grafy na n vrcholech jsou navzájem isomorfní. [4 body]

Definice: Graf je k -regulární, právě tehdy pokud každý vrchol má stupeň právě k .

(6. série nebyla, zachováme číslování synchronní se cvičením)

Domácí úkoly - 7. série

Úkol 7-1: Graf G je samodoplňkový právě tehdy když je izomorfní svému doplňku \bar{G} . Najděte všechny samodoplňkové kružnice, a dokažte, že žádné jiné neexistují. [3 body]

Definice: Pro $G = (V, E)$ definujeme doplněk $\bar{G} = (V, \binom{V}{2} \setminus E)$

Kde $\binom{V}{2}$ je množina všech neuspořádaných dvojic prvků z V

Úkol 7-2: Kolik různých koster má úplný bipartitní graf $K_{2,n}$? [3 body]

Úkol 7-3: Mějme strom s k listy a vnitřními vrcholy stupně 3. Určete počet vrcholů stromu. [2 body]

Úkol 7-4: Pro která n existuje graf na n vrcholech mající všechny stupně různé? Dokažte. [2 body]

Úkol 7-5: Dokažte, že všechny $(n - 2)$ -regulární grafy na n vrcholech jsou navzájem isomorfní. [4 body]

Definice: Graf je k -regulární, právě tehdy pokud každý vrchol má stupeň právě k .