

**Číselné problémy**

Pro instanci problému  $I$  označme  $m(I)$  velikost největšího čísla.

Problém je číselný, pokud neexistuje polynom  $p$  t.ž.  $\forall I : m(I) \leq p(|I|)$

Unárním zápisem rozumíme

Pseudopolynomiální algoritmus je takový algoritmus, jehož doba běhu závisí (polynomiálně) na nějaké hodnotě na vstupu.

**Příklad 1:** Najděte příklad číselného a nečíselného NP-úplného problému.

**Příklad 2:** Ukažte, že pokud nečíselné NP-úplné problémy jsou NP-úplné i v unárním zápisu.

**Příklad 3:** Ukažte, že pokud existuje pseudopolynomiální algoritmus řešící problém, který je NP-úplný v unárním zápisu, potom  $P = NP$ .

**Příklad 4:** Vzpomeňte na (pseudopolynomiální) dynamický algoritmus pro řešení problému batohu s kapacitou  $C$  v čase  $\mathcal{O}(Cn)$ .

**Příklad 5:** Nalezněte pseudopolynomiální algoritmus pro problém batohu parametrizovaný cenou optimálního řešení  $V$  běžící v čase  $\mathcal{O}(Vn)$ .

**Příklad 6:** Pro problém batohu označme  $c_{max}$  nejvyšší hodnotu předmětu a zvolme kvantizaci  $K$ . Všechny ceny zaokrouhlíme na nejbližší nižší násobek  $c_{max}/K$ .

(Předpokládáme, že všechny předměty na vstupu se vejdou do batohu, případně špatné předměty ze zadání nejprve vyhodíme)

Ukažte, že upravenou úlohu lze vyřešit v čase  $\mathcal{O}(Kn^2)$ , a její řešení nebude horší než optimální řešení o více než  $n \frac{c_{max}}{K}$ .

**Příklad 7:** Ukažte, že v předchozí konstrukci vhodnou strategií volby  $K$  (závislou na  $n$ ) dostaneme úplné polynomiální aproximační schéma. (využijeme faktu, že optimum je alespoň  $c_{max}$  protože každý předmět se vejde do batohu) (pro formální pohled viz. Průvodce str. 456)