

Relaxační algoritmy - Bellman-Ford

Příklad 1: Opakování: Ukažte, že po k fázích Bellman-Fordův algoritmus najde nejkratší cesty používající nejvýše k hran.

Ekvivalentně: B.-F. uváže všechny sledy délky nejvýše k

Příklad 2: Záporné cykly: Upravte Bellman-Fordův algoritmus tak, aby v grafu se záporným cyklem našel cyklus a vydal ho na výstup jako certifikát selhání.

Hint: Řešení je samozřejmě podobné jako u rekonstrukce cest v BFS. Obtížnější je domyslet korektnost, přítomnost vykluk rozbíjí invarianty chování algoritmu.

All-Pairs algoritmy - Floyd-Warshall

Příklad 3: Opakování: Zopakujte si princip F.-W. algoritmu. Upravte algoritmus tak, aby měl co nejmenší prostorovou složitost.

(+) Jak se bude F.-W. chovat, pokud použijeme pouze jednu matici na čtení i zápis? Hint: dobře, dokonce ještě lépe než původní návrh

Příklad 4: Složitost: Porovnejte F.-W. algoritmus s aplikací relaxačních algoritmů na all-pairs problém. Budou obecně relaxační algoritmy někdy rychlejší? (+) Najděte několik příkladů. Hint: Vzpomeňte na různé věci z minulé cvičení

Příklad 5: Extrakce cest: Navrhněte, jak z výsledku F.-W. získat nejkratší cesty, aniž by došlo ke zpomalení algoritmu.

Hint: rekurze

Příklad 6: Záporný cyklus: (+) Pokud F.-W. narazí na záporný cyklus, chceme ho vypsat, jak toho docílit?

Hint: Řešení opět není moc komplikované, ale korektnost není vůbec triviální.

Aplikace

Příklad 7: Burza měn: Pro měny $1, \dots, n$ máme matici kurzů M , kde $M_{i,j}$ udává kurz směny z měny i do měny j (za jednotku měny i dostaneme $M_{i,j}$ jednotek měny j). Začínáme s obnosem CZK (měna 0), zjistěte zda existuje sekvence směn, pomocí které lze zbohatnout. Kolik kroků bude mít sekvence?