

**Příklad 1:** Jaké jsou (základní) možnosti reprezentace grafů?

- Pro které operace jsou rychlejší?
- Jak se reprezentovat násobné hrany a smyčky?
- Navrhněte převod mezi reprezentacemi

**Pojmy:**

- BFS, DFS
- stromová hrana, dopředná hrana, příčná hrana, zpětná hrana

**Příklad 2: Složitost:** Určete časovou složitost BFS a DFS nad maticí sousednosti.

**Příklad 3: Testování:** Navrhněte test, který ověří zda (neorientovaný) graf je souvislý, strom, les.

**Příklad 4: Cesty:** BFS pro každý vrchol spočítá vzdálenost od výchozího vrcholu. Jak můžeme po doběhnutí BFS získat nějakou nejkratší cestu z  $v$  do  $w$  pro libovolné  $w$ ?

**Příklad 5: Bipartitnost:** Určete, zda je (neorientovaný) graf na vstupu bipartitní. Rozdělte vrcholy do partit nebo najděte lichý cyklus ukazující, že graf bipartitní není. (\*) Co když chceme najít nejkratší lichý cyklus?

**Příklad 6: Bludiště:** Máme mapu bludiště na čtvercové mřížce, s vyznačeným vchodem a východem. Navíc, pro konstantu  $k$  jsou v bludišti klíče a dveře  $k$  různých barev (dveřmi se dá projít pouze po nalezení klíče). Najděte nejkratší cestu bludištěm.

**Příklad 7: Roboti:** V systému ventilačních šachet jsou ztraceni dva roboti operující na stejné frekvenci. Můžeme posílat příkazy pro pohyb doleva, doprava, nahoru, dolů a pokud je to možné, roboti se pohnou. Najděte nejkratší sekvenci příkazů, kterou oba roboty vysvobodíme. (+) Co když na některých místech jsou navíc smrtelné drtící větráky?

**Příklad 8: Rozebírání:** Najděte pořadí vrcholů grafu t.ž. odebráním vrcholů v tomto pořadí nenaruší souvislost grafu.

**Příklad 9: Rozklad:** Navrhněte algoritmus, který rozdělí vrcholy neorientovaného grafu do komponent hranové 2-souvislosti. (\*) Stejná úloha pro vrcholovou souvislost.

**Příklad 10: Speciální cykly:** Máme danu množinu speciálních vrcholů v (neorientovaném) grafu. Zjistěte, zda existuje cyklus procházející některým ze speciálních vrcholů.

**Příklad 11: Z odolnění:** Pro (souvislý) graf na vstupu přidejte co nejmenší množství hrát tak, aby ve výsledném grafu nebyly žádné mosty.

**Příklad 1:** Jaké jsou (základní) možnosti reprezentace grafů?

- Pro které operace jsou rychlejší?
- Jak se reprezentovat násobné hrany a smyčky?
- Navrhněte převod mezi reprezentacemi

**Pojmy:**

- BFS, DFS
- stromová hrana, dopředná hrana, příčná hrana, zpětná hrana

**Příklad 2: Složitost:** Určete časovou složitost BFS a DFS nad maticí sousednosti.

**Příklad 3: Testování:** Navrhněte test, který ověří zda (neorientovaný) graf je souvislý, strom, les.

**Příklad 4: Cesty:** BFS pro každý vrchol spočítá vzdálenost od výchozího vrcholu. Jak můžeme po doběhnutí BFS získat nějakou nejkratší cestu z  $v$  do  $w$  pro libovolné  $w$ ?

**Příklad 5: Bipartitnost:** Určete, zda je (neorientovaný) graf na vstupu bipartitní. Rozdělte vrcholy do partit nebo najděte lichý cyklus ukazující, že graf bipartitní není. (\*) Co když chceme najít nejkratší lichý cyklus?

**Příklad 6: Bludiště:** Máme mapu bludiště na čtvercové mřížce, s vyznačeným vchodem a východem. Navíc, pro konstantu  $k$  jsou v bludišti klíče a dveře  $k$  různých barev (dveřmi se dá projít pouze po nalezení klíče). Najděte nejkratší cestu bludištěm.

**Příklad 7: Roboti:** V systému ventilačních šachet jsou ztraceni dva roboti operující na stejné frekvenci. Můžeme posílat příkazy pro pohyb doleva, doprava, nahoru, dolů a pokud je to možné, roboti se pohnou. Najděte nejkratší sekvenci příkazů, kterou oba roboty vysvobodíme. (+) Co když na některých místech jsou navíc smrtelné drtící větráky?

**Příklad 8: Rozebírání:** Najděte pořadí vrcholů grafu t.ž. odebráním vrcholů v tomto pořadí nenaruší souvislost grafu.

**Příklad 9: Rozklad:** Navrhněte algoritmus, který rozdělí vrcholy neorientovaného grafu do komponent hranové 2-souvislosti. (\*) Stejná úloha pro vrcholovou souvislost.

**Příklad 10: Speciální cykly:** Máme danu množinu speciálních vrcholů v (neorientovaném) grafu. Zjistěte, zda existuje cyklus procházející některým ze speciálních vrcholů.

**Příklad 11: Z odolnění:** Pro (souvislý) graf na vstupu přidejte co nejmenší množství hrát tak, aby ve výsledném grafu nebyly žádné mosty.

**Domácí úkol 2:**

Pro (neorientovaný, prostý) graf a dvojici jeho vrcholů  $u, v$  na vstupu navrhnete algoritmus, který spočítá počet různých nejkratších cest mezi  $u$  a  $v$ .

**(nejkratších co do počtu hran, délky hran neuvažujeme)**

Dvě cesty jsou různé, pokud se liší v alespoň jedné hraně (resp. vrcholu pro prosté grafy). Poznamenejme, že takových cest může být asymptoticky mnohem více než čas, který jsme ochotni na výpočtu strávit.

Plnohodnotné řešení by mělo obsahovat

- Stručný popis metody řešení
- Pseudokód (adekvátně vysokoúrovňový, př: ukázkové BFS,DFS)
- Ošetření speciálních případů
- Argumentace korektnosti
- Analýza časové složitosti (se zdůvodněním)

**Domácí úkol 2:**

Pro (neorientovaný, prostý) graf a dvojici jeho vrcholů  $u, v$  na vstupu navrhnete algoritmus, který spočítá počet různých nejkratších cest mezi  $u$  a  $v$ .

**(nejkratších co do počtu hran, délky hran neuvažujeme)**

Dvě cesty jsou různé, pokud se liší v alespoň jedné hraně (resp. vrcholu pro prosté grafy). Poznamenejme, že takových cest může být asymptoticky mnohem více než čas, který jsme ochotni na výpočtu strávit.

Plnohodnotné řešení by mělo obsahovat

- Stručný popis metody řešení
- Pseudokód (adekvátně vysokoúrovňový, př: ukázkové BFS,DFS)
- Ošetření speciálních případů
- Argumentace korektnosti
- Analýza časové složitosti (se zdůvodněním)