

Proseminář z lineární algebry

přednáška 7

Maticové prostory

Maticové prostory

$$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$$

- ▶ sloupkový prostor $\mathcal{S}(A) \subseteq \mathbb{R}^m$ je lin. obal sloupců
- ▶ řádkový prostor $\mathcal{R}(A) = \mathcal{S}(A^T) \subseteq \mathbb{R}^n$ je lin. obal řádků
- ▶ jádro $\text{Ker}(A) = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax = 0\}$

vlastnosti

- ▶ elementární řádkové úpravy nemění $\mathcal{R}(A)$
- ▶ jádro je množina řešení homogení soustavy s maticí A
- ▶ $\mathcal{S}(A) = \{Ax | x \in \mathbb{R}^n\}$
- ▶ $\mathcal{R}(A) = \{A^T x | x \in \mathbb{R}^m\}$

Maticové prostory

$$A \in \mathbb{R}^{m \times n}, Q \in \mathbb{R}^{p \times m}$$

- ▶ $\mathcal{R}(QA)$ je podprostorem $\mathcal{R}(A)$
- ▶ je-li Q regulární, pak $\mathcal{R}(QA) = \mathcal{R}(A)$

$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ a A^R její RREF tvar s pivoty na pozicích $(1, p_1), \dots, (r, p_r)$,
kde $r = \text{rank}(A)$

- ▶ nenulové řádky A^R tvoří bázi $\mathcal{R}(A)$
- ▶ sloupce $p_1, \dots, p_r$ tvoří bázi $\mathcal{S}(A)$
- ▶ $\dim(\mathcal{R}(A)) = \dim(\mathcal{S}(A)) = \text{rank}(A)$
- ▶ $\text{rank}(A) = \text{rank}(A^T)$
- ▶ $\dim(\text{Ker}(A)) + \text{rank}(A) = n$