

# Matematické dovednosti

Množiny – cvičení

# Mohutnost

Kolik prvků mají následující množiny:

1.  $\{a, b, c, \{a, b, c\}, \{\{a\}, \{b\}, \{c\}\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{\{a\}\}, \{c, b, a\}\},$
2.  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\}, \{\{\}, \{\}\}\},$
3.  $\{x, y, z\} \cup \{z, y, x\} \cup \{x, \{y, z\}\} \cup \{\{y\} \cup \{z\}\},$
4.  $\{1\} \cup \{1, 1\} \cup \{1, \{1\}, 1\} \cup \{1, \{1, 1\}, 1\} \cup \{1, \{1, \{1\}, 1\}, 1\}.$

# Zápisy množin

## Zapište

1. množinu druhých mocnin lichých jednociferných přirozených čísel,
2. množinu všech trojciferných přirozených čísel,
3. množinu celých čísel, která dávají zbytek 1 po dělení pěti,
4. množinu racionálních čísel, která lze zapsat ve tvaru s kladným jmenovatelem menším než 12,
5. množinu reálných čísel, pro která je hodnota jejich sinu větší než absolutní hodnota cosinu,
6. množinu čísel, která lze psát jako součet čísla z množiny  $A$  s číslem z množiny  $B$ ,
7. množinu prvočísel,
8. množinu přirozených čísel, která mají právě tři (resp. 123) různé přirozené dělitele.

# Sjednocení

Jaké prvky obsahují následující množiny?

1.  $\bigcup_{i=1}^{10} \{j \in \mathbb{N} : j^2 \leq i\}$ ,
2.  $\bigcup_{i=1}^{10} \{j \in \mathbb{N} : j^2 < i\}$ ,
3.  $\bigcup_{i=1}^{10} \{\{j \in \mathbb{N} : j^2 \leq i\}\}$ ,
4.  $\bigcup_{i=1}^{10} \{\{j \in \mathbb{N} : j^2 < i\}\}$ ,
5.  $\{\bigcup_{i=1}^{10} \{j \in \mathbb{N} : j^2 \leq i\}\}$ .

A co když sjednocení nahradíme průniky?

# Potence

Porovnejte následující dvojice množin:

1.  $2^{A \setminus B}$  a  $2^A \setminus 2^B$ ,
2.  $2^{A \cup B}$  a  $2^A \cup 2^B$ ,
3.  $2^{A \cap B}$  a  $2^A \cap 2^B$ ,

Porovnejte trojici množin  $\{X : X \subseteq \mathbb{N}\}$ ,  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{X : X \subseteq \{1, \dots, n\}\}$  a  $\bigcup_{k=0}^{\infty} \binom{\mathbb{N}}{k}$ .

## Příklady

Nechť  $A_1, A_2, \dots, A_n$  a  $B_1, B_2, \dots, B_n$  jsou libovolné množiny. Jaký je vztah mezi množinami:

$$M_1 = \bigcap_{i=1}^n (A_i \cup B_i) ,$$

$$M_2 = \left( \bigcap_{i=1}^n A_i \right) \cup \left( \bigcap_{i=1}^n B_i \right) ,$$

$$M_3 = \bigcap_{i=1}^n \left( \bigcap_{j=1}^n (A_i \cup B_j) \right) .$$

# Množiny

Mějme  $A \in \mathbb{Z}$ , zapište

1. Množina  $R$  obsahuje trojnásobky všech čísel z množiny  $A$ .
2. Každé číslo z množiny  $S$  je trojnásobkem čísla z množiny  $A$ .
3. Každé číslo z množiny  $T$  je součtem tří čísel z množiny  $A$ .
4. Každé číslo z množiny  $U$  je součtem tří různých čísel z množiny  $A$ .
5. Množina  $V$  obsahuje všechny součty trojic různých čísel z množiny  $A$ .

Určete, jaké vztahy (inkluze) platí mezi množinami  $R, S, T, U, V$ .

# Množiny

Mějme  $A, B, C \in \mathbb{Z}$ , zapište

1. množinu všech čísel, která jsou součtem nějakého čísla z množiny  $A$  s číslem z množiny  $B$ ,
2. množinu všech čísel, která jsou celočíselným násobkem nějakého čísla  $A$  nebo nějakého čísla z  $B$ ,
3. množinu všech čísel, která jsou celočíselným násobkem nějakého čísla  $A$  a zároveň nějakého čísla z  $B$
4. množinu všech čísel, která jsou součtem nějakého čísla  $A$  s číslem z  $B$  nebo součtem nějakého čísla z  $A$  s číslem z  $C$ ,
5. množinu všech čísel, která jsou součtem nějakého čísla z  $A$  s číslem z  $B$  nebo součinem nějakého čísla z  $A$  s číslem z  $B$ .



# Prvočísla

Nechť  $\mathbb{P}$  označuje množinu prvočísel, zapište

1. Všechna čísla v množině  $A$  jsou prvočísla.
2. Každé prvočísllo je obsažené v množině  $B$ .
3. Každé číslo v množině  $C$  je prvočísllo.
4. Množina  $D$  obsahuje nějaké prvočísllo.
5. Množina  $E$  neobsahuje žádné prvočísllo.
6. Množina  $E$  neobsahuje všechna prvočísla.