

Matematické dovednosti

Výroky

Negace

Negujte následující výroky:

1. Je-li středa a není slunečno, jdu si zaplavat do bazénu.
2. Jestliže je na ulici mokro, buď pršelo nebo kolem projel kropicí vůz.
3. Pokud je pěkné počasí a já nemusím jít do školy, půjdu na výlet nebo se projedu na kole.
4. Nebude-li pršet, nezmoknem.
5. Nevím-li si s úkolem rady, zeptám se kamarádů nebo rodičů.

Negace

Negujte následující výroky:

1. $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
2. $(A \wedge B) \Rightarrow (C \vee D)$
3. $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$
4. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$
5. $((A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow (B \wedge C))$
6. $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)) \vee ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$
7. $(\neg A \vee \neg B) \Rightarrow ((A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C))$
8. $((A \wedge B) \Rightarrow (C \vee D)) \wedge ((C \wedge D) \Rightarrow (A \vee B))$
9. $(A \Rightarrow B) \vee (B \Leftarrow C)$
10. $((A \Leftrightarrow B) \vee (A \Leftrightarrow C)) \Rightarrow ((B \wedge C) \Rightarrow A)$

Výrok z pravdivostního ohodnocení

Najděte výrok, který bude mít následující pravdivostní ohodnocení:

A	B	C	$V(A,B,C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Tvrzení s kvantifikátory

Zapište jako matematické tvrzení:

1. Každé přirozené číslo je kladné.
2. V množině A existuje číslo větší než 3.
3. Žádné číslo z množiny B není větší než 57.
4. Pro každé číslo z množiny C platí, že pokud je sudé, potom jeho trojnásobek není prvkem C .
5. Pro žádné číslo z množiny D neexistuje číslo z množiny E takové, že jejich součin je větší než 57.
6. Každé sudé číslo z množiny F je dvojnásobkem lichého (celého) čísla.
7. Pokud pro nějaké sudé číslo z množiny G platí, že je dvojnásobkem lichého čísla, potom jsou všechna čísla z množiny G dělitelná třemi.
8. Pokud je libovolné číslo z množiny H sudé, je dvojnásobkem lichého čísla.
9. Pokud je libovolné číslo z množiny I sudé, je v množině I také číslo dělitelné třemi.

Negování

Negujte následující výroky (v oboru reálných čísel)

1. $(\forall x)(x > 0 \Rightarrow (\exists y)(y > 0 \wedge x > y))$
2. $(\exists x)(x > 0 \wedge (\forall y)(y > x \wedge 0 > y))$
3. $(\forall x)(\exists y)(x < y) \wedge (\forall z)(x > z \Rightarrow y > z)$
4. $(\forall x)(\exists y)(\forall z)((x + y > 0) \wedge (x > z \Rightarrow y > z^2))$
5. $(\forall x, y)(\exists z)(x > y \Rightarrow (x > z \wedge z > y))$
6. $(\forall x, y)(x > y \Rightarrow (\exists z)(x > z \wedge z > y))$
7. $(\forall x)((\exists y)(x > y > 0) \Rightarrow (\exists y)(y > x > 0))$
8. $(\exists z)(\forall x)(x > z \Rightarrow x^2 > 2z)$

Zápisy

Přepište slovní tvrzení do formulí s kvantifikátory a logickými spojkami.

1. V množině A existuje číslo, jehož každý dělitel je menší než 57.
2. Jestliže je číslo a z množiny A sudé, potom je a^2 dělitelné některým z čísel z množiny B .
3. Pokud množina A obsahuje všechny dělitele čísla 15, pak A obsahuje i všechny dělitele čísla 27.
4. Množina C obsahuje právě dvě sudá a právě dvě lichá čísla.
5. Pokud každé celé sudé číslo patří do množiny A , pak žádné celé sudé číslo nepatří do množiny B .

Zápisy

V oboru celých čísel zapište následující tvrzení.

1. Každé číslo z množiny A je sudé.
2. Množina A obsahuje všechna sudá čísla.
3. Číslo x je prvkem množiny A právě tehdy, když je sudé.

Pro předchozí cvičení rozhodněte, jaký je vztah mezi množinou A a množinou S tvořenou právě všemi sudými celými čísly.

Příklad: Zapište matematickou formulí (beze slov a bez použití funkce minima) že $x \in \mathbb{Z}$ je nejmenší z čísel, která se nacházejí v alespoň dvou množinách ze systému množin $A_1, A_2, \dots, A_n \subseteq \mathbb{Z}$.

Příklad: Zapište matematickou formulí že žádné celé číslo x není obsažené v právě jedné z množin $A_1, A_2, \dots, A_n \subseteq \mathbb{Z}$.

Zápisy

Zapište tvrzení jako matematický výrok:

1. Každé číslo z množiny A je součtem dvou různých čísel z množiny B .
2. Součet každých dvou různých čísel z množiny B je prvkem množiny A .
3. Množina A je právě množina součtů dvojic různých čísel z množiny B .
4. Každá dvě různá čísla z množiny M se buď liší nejvýše o 5 nebo je jedno kladné a jedno záporné.
5. Jestliže množina C obsahuje pouze celá sudá čísla, pak je každé číslo z K dělitelné nějakým nenulovým číslem z množiny D .