

Matematické dovednosti

Kvantifikátory

Kvantifikátory

- ▶ všeobecný, velký, \forall
- ▶ existenční, malý, \exists
- ▶ zesílený existenční, $\exists!$

- ▶ $\forall x \in M : A(x) \equiv (\forall x)(x \in M \Rightarrow A(x))$
- ▶ $\exists x \in M : B(x) \equiv (\exists x)(x \in M \wedge B(x))$

- ▶ $\neg(\forall x)A(x) \equiv (\exists x)\neg A(x)$
- ▶ $\neg(\exists x)A(x) \equiv (\forall x)\neg A(x)$

Tvrzení s kvantifikátory

Zapište jako matematické tvrzení:

1. Každé přirozené číslo je kladné.
2. V množině A existuje číslo větší než 3.
3. Žádné číslo z množiny B není větší než 57.
4. Pro každé číslo z množiny C platí, že pokud je sudé, potom jeho trojnásobek není prvkem C .
5. Pro žádné číslo z množiny D neexistuje číslo z množiny E takové, že jejich součin je větší než 57.
6. Každé sudé číslo z množiny F je dvojnásobkem lichého (celého) čísla.
7. Pokud pro nějaké sudé číslo z množiny G platí, že je dvojnásobkem lichého čísla, potom jsou všechna čísla z množiny G dělitelná třemi.
8. Pokud je libovolné číslo z množiny H sudé, je dvojnásobkem lichého čísla.
9. Pokud je libovolné číslo z množiny I sudé, je v množině I také číslo dělitelné třemi.

Pořadí kvantifikátorů

$$(\forall x)(\forall y)A(x, y) \quad \text{vs} \quad (\forall y)(\forall x)A(x, y)$$

$$(\exists x)(\exists y)A(x, y) \quad \text{vs} \quad (\exists y)(\exists x)A(x, y)$$

$$(\forall x)(\exists y)A(x, y) \quad \text{vs} \quad (\exists y)(\forall x)A(x, y)$$

Kvantifikování složených výroků

$$(\forall x)(A(x) \wedge B(x)) \quad \text{vs} \quad ((\forall x)A(x) \wedge (\forall x)(B(x)))$$

$$(\forall x)(A(x) \vee B(x)) \quad \text{vs} \quad ((\forall x)A(x) \vee (\forall x)(B(x)))$$

$$(\exists x)(A(x) \vee B(x)) \quad \text{vs} \quad ((\exists x)A(x) \vee (\exists x)(B(x)))$$

$$(\exists x)(A(x) \wedge B(x)) \quad \text{vs} \quad ((\exists x)A(x) \wedge (\exists x)(B(x)))$$

Negování

Negujte následující výroky (v oboru reálných čísel)

1. $(\forall x)(x > 0 \Rightarrow (\exists y)(y > 0 \wedge x > y))$
2. $(\exists x)(x > 0 \wedge (\forall y)(y > x \wedge 0 > y))$
3. $(\forall x)(\exists y)(x < y) \wedge (\forall z)(x > z \Rightarrow y > z)$
4. $(\forall x)(\exists y)(\forall z)((x + y > 0) \wedge (x > z \Rightarrow y > z^2))$
5. $(\forall x, y)(\exists z)(x > y \Rightarrow (x > z \wedge z > y))$
6. $(\forall x, y)(x > y \Rightarrow (\exists z)(x > z \wedge z > y))$
7. $(\forall x)((\exists y)(x > y > 0) \Rightarrow (\exists y)(y > x > 0))$
8. $(\exists z)(\forall x)(x > z \Rightarrow x^2 > 2z)$