Lineární algebra 2 – cvičení 13
Signatura a pol. báze 16. 5. 2023

Příklad 1:
Kvadratická forma má (vzhledem ke kanonické bázi $\mathbb{R}^4$) vyjádření

$$g((x_1, x_2, x_3, x_4)^T) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 - 2x_2x_4 - x_4^2.$$

Určete její signaturu.

Příklad 2:
V závislosti na parametrech $a, b \in \mathbb{R}$ určete signatury forem s maticemi

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 3:
Najděte polární bázi reálné kvadratické formy $g((x_1, x_2, x_3)^T) = 2x_1x_3 - 2x_1x_2$ a určete její signaturu.

Příklad 4:
Ve vektorovém prosotru $\mathbb{R}^3$ mějme kvadratickou formu

$$g((x_1, x_2, x_3)^T) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + x_2^2 + 2x_3^2 \ .$$

a) najděte polární bázi této formy,

b) rozhodněte, zda existuje báze $\mathbb{R}^3$, vůči které by matice formy g byla

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(bázi nemusíte vyčíslovat, ale odpověď náležitě zdůvodněte),

c) najděte libovolnou pozitivně definitní kvadratickou formu, která má stejnou polární bázi jako forma g.