Lineární algebra 2 – cvičení 12
Bilineární a kvadratické formy 9. 5. 2023

Příklad 1:
Ukažte, že pro libovolnou matici $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ je zobrazení $f(x,y) = x^T Ay$ bilineární forma.

Dále je $g(x) = f(x,x)$ kvadratická forma a popište, jak získat odpovídající symetrickou matice A_S, aby $g(x) = x^T A_S x$.

Příklad 2:
Mějme bilineární formu

$$f(x,y) = x_1y_1 + x_1y_2 + x_1y_3 + x_2y_1 - x_2y_2 - 2x_2y_3 - x_3y_2 - 2x_3y_3.$$

Najděte její maticové vyjádření (vzhledem ke kanonické bázi).

Příklad 3:
Kvadratická forma má (vzhledem ke kanonické bázi $\mathbb{R}^4$) vyjádření

$$g((x_1,x_2,x_3,x_4)^T) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 - 2x_2x_4 - x_4^2.$$

Najděte její matici vzhledem ke kanonické bázi a vzhledem k bázi
$B = ((1,1,1,1)^T, (1,1,1,0)^T, (1,1,0,0)^T, (1,0,0,0)^T)$.

Příklad 4:
Ve vekt. prostoru $\mathbb{R}^3$ rozhodněte, zda existuje kvadratická forma, pro kterou:

$$\begin{aligned} f((1,0,0)^T) &= 1 \\ f((0,1,0)^T) &= 2 \\ f((0,0,1)^T) &= 3 \\ f((1,0,1)^T) &= 4 \\ f((1,1,0)^T) &= 5 \\ f((0,1,1)^T) &= 6 \end{aligned}$$

Pokud ano, nalezněte matici symetrické bilineární formy, z které je odvozena.