Lineární algebra 2 – cvičení 11
Pozitivně definitní matice podruhé 2. 5. 2023

Příklad 1:
Rozhodněte, zda jsou následující matice pozitivně definitní

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Příklad 2:
Pomocí Sylvesterova kritéria rozhodněte, zda je matice poz. definitní

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & -4 \\ 1 & 4 & 6 & -3 \\ 0 & -4 & -3 & 9 \end{pmatrix}$$

Příklad 3:
Rozhodněte, zda jsou následující matice pozitivně definitní a spočtěte jejich Choleského rozklady

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 & -1 \\ -2 & 8 & -2 & -4 & 8 \\ 1 & -2 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & -4 & 3 & 15 & -1 \\ -1 & 8 & -1 & -1 & 15 \end{pmatrix}$$

Příklad 4:
Pro které hodnoty parametru $g \in \mathbb{R}$ je matice G pozitivně definitní?

$$G = \begin{pmatrix} g & 1 & 0 \\ 1 & g & 1 \\ 0 & 1 & g \end{pmatrix}$$

Příklad 5:
Dokažte následující tvrzení:
Nechť S je reálná symetrická pozitivně semidefinitní matice. Je-li na její diagonále na i-té pozici nula (tj. $s_{ii} = 0$), pak jsou i-tý řádek i i-tý sloupec matice S celé nulové.