

1. *Fourierovy obrazy*: Spočítejte Fourierovy obrazy následujících vektorů:
 - (a) $(0, 0, \dots, 0)$
 - (b) $(1, 1, \dots, 1)$
 - (c) (k, k, \dots, k)
 - (d) $(1, -1, 1, -1, \dots, 1, -1)$.
2. *Vlastnosti*: O jakých vlastnostech vektoru vypovídá nultý a $(n/2)$ -tý koeficient Fourierova obrazu?
3. *Obraz báze*: Jak vypadá Fourierův obraz jednotkového vektoru e_i , tedy vektoru který má na i -té pozici jedničku a všude jinde 0?
4. *Inverz*: Pro každé i najděte vektor, jehož Fourierovým obrazem je e_i . Jak z toho sestrojíte inverzní Fourierův obraz?
5. *Polynomy*: Spočítejte součin následujících polynomů pomocí FT: $(x^3 - x^2 - 2x + 2) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1)$.

6. *Volba ω* : Ve Fourierově transformaci máme volnost v tom, jakou primitivní odmocninu ω si vybereme. Ukažte, že Fourierovy obrazy pro různé volby ω se liší pouze pořadím složek.
7. *Dvojměrná DFT*: Při zpracování obrazu se hodí dvojměrná DFT, která matici $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ přiřadí matici $\mathbf{Y} \in \mathbb{B}^{n \times n}$ takto (ω je opět primitivní n -tá odmocnina z jedné):

$$\mathbf{Y}_{jk} = \sum_{u,v} \mathbf{X}_{uv} \omega^{ju+kv}.$$

Ověřte, že i tato transformace je bijekce, a odvod'te algoritmus na její efektivní výpočet pomocí jednorozměrné FFT. Fyzikální interpretace je podobná: Fourierův obraz popisuje rozklad matice na „prostorové frekvence“.