1. *Goldberg a výšky:* Co by se stalo, kdybychom v inicializaci Goldbergova algoritmu umístili zdroj do výšky $n-1$, $n-2$, anebo dokonce $n-3$? Rozmyslete si, která vlastnost (skončí, vydá vždy maximální tok, ...) na výšce zdroje závisí a tedy, která by se mohla pokazit.

2. *Goldberg a jednotkové sítě:* Rozeberte chování Goldbergova algoritmu na sítích s jednotkovými kapacitami. Bude rychlejší než ostatní algoritmy? Nebo alespoň stejně rychlý?

3. *Goldberg s nejvyšším vrcholem:* Navrhněte implementaci vylepšeného Goldbergova algoritmu se zvedáním nejvyššího vrcholu s přebytkem. Počet nenasycených převedení v takovém případu je $\mathcal{O}(n^2\sqrt{m})$, cílem je implementace ve shodném čase.

4. *Zaokrouhlování matice:* Na vstupu dostaneme matici A nezáporných reálných čísel o velikosti $r \times s$. Vymyslete algoritmus, který zaokrouhlí prvky matice nahoru nebo dolů tak, že zůstanou zachovány všechny řádkové i sloupcové součty, nebo odpoví, že takové zaokrouhlení neexistuje.

5. *Cycle cover:* Navrhněte algoritmus, který pro orientovaný graf G rozhodne jestli existuje množina cyklů $\{C_1, \ldots, C_k\}$ v G taková, že každý vrchol G je obsažen právě v jednom z nich.

6. *Medvídci:* Zlý čaroděj chytil n medvídků $M_1, \ldots, M_n$ a hraje s nimi následující hru. Medvídek M_i dostane na hlavu klobouk jedné z h_i barev (každý může mít na výběr jiný počet barev), přičemž nevidí jaký klobouk má na hlavě, ale vidí klobouky všech ostatních medvídků. Následně všichni medvídci najednou hádají jakou barvu má klobouk na jejich hlavě. Medvídci vyhrají a zlý čaroděj je pustí, pakliže alespoň jeden medvídek uhádl svoji barvu správně. Medvídci si můžou předem dohodnout strategii, ale ve chvíli kdy dostanou klobouky už nemůžou jakkoliv komunikovat.

   Dokažte, že pokud $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{h_i} \geq 1$ pak existuje výherní strategie pro medvídky. Ve skutečnosti platí i opačná implikace, ale její důkaz nemá s toky nic společného. Například tři medvídci mají výherní strategii pokud dva z nich mohou dostat klobouky 4 různých barev a třetí klobouk jedné ze 2 možných barev $(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = 1)$.

   Hint: Postavte bipartitní graf, kde jedna partita jsou všechna možná rozmístění klobouků (vektor n barev) a druhá partita jsou všechna rozmístění klobouků, které může vidět jeden medvídek (vektor n barev s právě jednou nevyplněnou položkou). Jak souvisí párování v tomto grafu s výherní strategií? Použijte podobný trik jako při Zaokrouhlování matic.