

1. *Dinic s celými čísly*: Jak rychle doběhne Dinicův algoritmus pro jednotkové váhy a jak rychle pro celočíselné? (Ideálně bychom chtěli aby běžel alespoň stejně rychle jako F-F).
2. *Vrcholově disjunkttní cesty*: Navrhněte algoritmus pro nalezení maximálního počtu vrcholově disjunkttních cest mezi danými dvěma vrcholy  $u, v \in V(G)$ .
3. *Parlamentní kluby*: V parlamentu s  $n$  poslanci je  $m$  různých klubů. Jeden poslanec může být členem mnoha různých klubů. Každý klub nyní potřebuje zvolit svého předsedu a tajemníka tak, aby všichni předsedové a tajemníci byli navzájem různé osoby (tedy aby nikdo „neseděl na více křeslech“). Navrhněte algoritmus, který zvolí všechny předsedy a tajemníky, případně oznámí, že řešení neexistuje.
4. *Věže na šachovnici*: Mějme šachovnici  $r \times s$ , z níž políčkožrout sežral některá políčka. Chceme na ni rozestavět co nejvíce šachových věží tak, aby se navzájem neohrožovaly. Věž můžeme postavit na libovolné nesežrané políčko a ohrožuje všechny věže v témže řádku i sloupci. Navrhněte efektivní algoritmus, který takové rozestavení najde.
5. *Věže podruhé*: Stejně jako předchozí příklad, ale tentokrát věž „nevidí“ přes sežraná políčka.

6. *Průchod šachovnicí:* Je dána šachovnice  $n \times n$ , kde některá políčka jsou nepřístupná. Celý dolní řádek je obsazen figurkami, které se mohou hýbat o jedno pole dopředu, šikmo vlevo dopředu, či šikmo vpravo dopředu. V jednom tahu se všechny figurky naráz pohnou (mohou i zůstat stát na místě), na jednom políčku se však musí vyskytovat nejvýše jedna figurka. Ocitne-li se figurka na některém políčku horního řádku šachovnice, zmizí. Navrhněte algoritmus, který najde minimální počet tahů takový, že z šachovnice dokážeme odstranit všechny figurky, případně oznámí, že řešení neexistuje.
7. *Algoritmus tří Indů:* Blokující tok ve vrstevnaté síti lze nalézt chytřejším způsobem v čase  $\mathcal{O}(n^2)$ , čímž zrychlíme celý Dinicův algoritmus na  $\mathcal{O}(n^3)$ . Následuje stručný popis, doplňte k němu detaily.

Pro každý vrchol  $v$  definujeme  $r^+(v)$  jako součet rezerv na všech hranách vedoucích do  $v$ . Nechť dále  $r^-(v)$  je totéž přes hrany vedoucí z  $v$  a  $r(v) = \min(r^+(v), r^-(v))$  „rezerva vrcholu“. Pokud je  $r(v)$  všude 0, tok už je blokující.

V opačném případě opakovaně vybíráme nejmenší  $r(v)$  a snažíme se ho vynulovat. Potřebujeme tedy dopravit  $r(v)$  jednotek toku ze zdroje do  $v$  a totéž množství z  $v$  do stoku. Popíšme dopravu do stoku (ze zdroje postupujeme symetricky): ve vrcholech udržujeme plán  $p(w)$ , který říká, kolik potřebujeme z  $w$  dopravit do stoku. Na začátku je  $p(v) = r(v)$  a všechna ostatní  $p(w) = 0$ . Procházíme po vrstvách od  $v$  ke stoku a pokaždé plán převedeme po hranách s kladnou rezervou do vrcholů v další vrstvě. Jelikož  $r(v) \leq r(w)$  pro všechna  $w$ , vždy nám to vyjde. Průběžně čistíme slepé uličky.