

1. Převed'te problém KLIKA na SAT. Hint: hledejte očíslovanou kliku - tj. uspořádanou k -tici vrcholů, které tvoří kliku.
2. Převed'te na sebe navzájem problémy SOUČET PODMNOŽINY a DVA LOUPEŽNÍCI.
3. Převed'te problém SOUČET PODMNOŽINY na BATOH.
4. Převed'te problém 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE na SOUČET PODMNOŽINY. Hint: násobení matice binárním vektorem x odpovídá součtu sloupců.
5. Máte černou skříňku, která říká, jestli má daná formule splňující ohodnocení. Jak nějaké takové splňující ohodnocení naleznete? Černou skříňku můžete použít vícekrát.
6. Máte algoritmus pro problém NEZÁVISLÁ MNOŽINA, tj. černou skříňku která na vstup (G, k) odpoví jestli graf G obsahuje nezávislou množinu velikosti k . Jak pomocí polynomiálně mnoha volání tohoto algoritmu nalezneme maximální nezávislou množinu v grafu?

Katalog NP-úplných problémů

- *Logické problémy:*

- SAT: splnitelnost logických formulí v CNF
- 3-SAT: každá klauzule obsahuje max. 3 literály
- 3,3-SAT: navíc se každá proměnná vyskytuje nejvýše třikrát
- SAT PRO OBECNÉ FORMULE: nejen v CNF.
- OBVODOVÝ SAT: splnitelnost booleovského obvodu.

- *Grafové problémy:*

- NEZÁVISLÁ MNOŽINA: existuje nezávislá množina na k vrcholech?
- KLIKA: existuje úplný podgraf na k vrcholech?
- k -BAREVNOST: lze obarvit vrcholy k barvami (přidělit každému vrcholu číslo od 1 do k) tak, aby vrcholy stejné barvy nebyly nikdy spojeny hranou)? To je NP-úplné už pro $k = 3$.
- HAMILTONOVSKÁ CESTA: existuje cesta obsahující všechny vrcholy?
- HAMILTONOVSKÁ uv -CESTA: existuje cesta mezi u a v , která obsahuje všechny vrcholy grafu?
- HAMILTONOVSKÁ KRUŽNICE: existuje kružnice obsahující všechny vrcholy?
- PROBLÉM OBCHODNÍHO CESTUJÍCÍHO: hrany jsou ohodnoceny délkami $\ell(e) \geq 0$, existuje hamiltonovská kružnice délky nejvýše k ?
- 3D-PÁROVÁNÍ: máme tři množiny se zadanými trojicemi; zjistěte, zda existuje taková množina disjunktních trojic, ve které jsou všechny prvky právě jednou?

- *Číselné problémy:*

- SOUČET PODMNOŽINY: má daná množina přirozených čísel podmnožinu s daným součtem?
- BATOH: jsou dány předměty s váhami a cenami a kapacita batohu, existuje podmnožina předmětů ceny alespoň C , jejíž váha nepřesáhne kapacitu batohu?
- DVA LOUPEŽNÍCI: lze rozdělit danou množinu čísel na dvě podmnožiny se stejným součtem?
- 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE: je dána matice $\mathbf{A} \in \{0,1\}^{m \times n}$. Existuje vektor $\mathbf{x} \in \{0,1\}^n$ takový, že \mathbf{Ax} je rovno vektoru samých jedniček?