

1. *Vlastnosti:* O jakých vlastnostech vektoru vypovídá n ultý a $(n/2)$ -tý koeficient Fourierova obrazu?
2. *Obraz báze:* Jak vypadá Fourierův obraz jednotkového vektoru e_i , tedy vektoru který má na i -té pozici jedničku a všude jinde 0?
3. *Inverz:* Pro každé i najděte vektor, jehož Fourierovým obrazem je e_i . Jak z toho sestrotit inverzní Fourierův obraz?
4. *Definice NP:* Ukažte ekvivalenci mezi následujícími definicemi třídy NP:
 - Problém lze rozhodnout v polynomiálním čase na nedeterministickém RAMu.
 - Problém má polynomiálně velký certifikát ověřitelný (deterministicky) v polynomiálním čase.
5. *Lehké problémy:* Ukažte, že v polynomiálním čase umíme řešit následující problémy:
 - Lze graf G obarvit dvěma barvami (2-BAREVNOST)?
 - Je formule v DNF splnitelná?
 - Existuje v grafu G klika velikosti 42?
6. Ukažte že problémy NEZÁVISLÁ MNOŽINA, KLIKA a VRCHOLOVÉ POKRYTÍ jsou na sebe navzájem převoditelné.

7. Převeďte SAT na řešitelnost soustavy kvadratických rovnic více proměnných, tedy rovnic tvaru

$$\sum_i \alpha_i x_i^2 + \sum_{i,j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_i \gamma_i x_i + \delta = 0,$$

kde x_1, \dots, x_n jsou reálné neznámé a řecká písmena značí celočíselné konstanty. (Všimněte si, že vůbec není jasné, zda tento problém leží v NP.)

8. Problém E3,E3-SAT je dalším zesílením 3,3-SATu. Chceme zjistit splnitelnost formule v CNF, jejíž každá klauzule obsahuje právě tři různé proměnné a každá proměnná se nachází v právě třech klauzulích. Ukažte, že tento problém lze řešit efektivně z toho prostého důvodu, že každá taková formule je splnitelná.
9. Řekneme že dvě posloupnosti x a y stejné délky jsou stejně uspořádané, pokud pro každé i a j platí $x[i] \leq x[j]$ právě tehdy když $y[i] \leq y[j]$. Permutace délky n je posloupnost čísel $\{1, \dots, n\}$ v libovolném pořadí (viz 2. cvičení, příklad 11). Problém PERMUTATION PATTERN MATCHING definujeme následovně - pro permutaci σ délky n a permutaci ι délky m chceme rozhodnout jestli existuje **podposloupnost** σ délky m stejně uspořádané jako ι . Například **3, 1, 5, 2, 4** obsahuje 2, 3, 1 (tučně vyznačeno), ale neobsahuje 3, 2, 1 jelikož jde rozložit na dvě rostoucí posloupnosti. Dokažte NP-úplnost problému PERMUTATION PATTERN MATCHING.