1. *Fourierovy obrazy:* Spočítejte Fourierovy obrazy následujících vektorů:
   (a) $(0, 0, \ldots, 0)$
   (b) $(1, 1, \ldots, 1)$
   (c) $(k, k, \ldots, k)$
   (d) $(1, -1, 1, -1, \ldots, 1, -1)$.
2. *Vlastnosti:* O jakých vlastnostech vektoru vypovídá nultý a $(n/2)$-tý koeficient Fourierova obrazu?
3. *Obraz báze:* Jak vypadá Fourierův obraz jednotkového vektoru e_i, tedy vektoru který má na i-té pozici jedničku a všude jinde 0?
4. *Inverz:* Pro každé i najděte vektor, jehož Fourierovým obrazem je e_i. Jak z toho sestrojit inverzní Fourierův obraz?
5. *Polynomy:* Spočítejte součin následujících polynomů pomocí FT: $(x^3 - x^2 - 2x + 2) \cdot (x^3 - x^2 + x - 1)$.

6. *Volba ω:* Ve Fourierově transformaci máme volnost v tom, jakou primitivní odmocninu ω si vybereme. Ukažte, že Fourierovy obrazy pro různé volby ω se liší pouze pořadím složek.

7. *Dvojrozměrná DFT:* Při zpracování obrazu se hodí dvojrozměrná DFT, která matici $\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{n\times n}$ přiřadí matici $\mathbf{Y} \in \mathbb{B}^{n\times n}$ takto (ω je opět primitivní n-tá odmocnina z jedné):

   $$\mathbf{Y}_{jk} = \sum_{u,v} \mathbf{X}_{uv} \omega^{ju+kv}.$$

   Ověřte, že i tato transformace je bijekce, a odvoďte algoritmus na její efektivní výpočet pomocí jednorozměrné FFT. Fyzikální interpretace je podobná: Fourierův obraz popisuje rozklad matice na „prostorové frekvence“.