1. *AND OR NOT:* Ukažte, že libovolnou Booleovskou funkci lze vyjádřit pomocí hradel AND, OR a NOT.

2. *Malá hradla:* Ukažte, že libovolnou booleovskou funkci s k vstupy lze spočítat booleovským obvodem hloubky $O(k)$ s $O(2^k)$ hradly. To speciálně znamená, že pro pevné k lze booleovské obvody s nejvýše k-vstupovými hradly překládat na obvody s 2-vstupovými hradly. Hloubka přitom vzroste pouze konstanta-krát.

3. *Libovolná abeceda:* Ukažte, jak hradlovou síť s libovolnou konstantně velkou abecedou přeložit na ekvivalentní booleovský obvod s nejvýše konstantním zpomalením. Využijte předchozí úlohy.

4. *Složité funkce:* Exponenciální velikost obvodu je nepříjemná, ale bohužel nevyhnutelná: Dokažte, že pro žádné k neplatí, že všechny n-vstupové booleovské funkce lze spočítat obvody s $\mathcal{O}(n^k)$ hradly. Hint: kolik je booleovských funkcí, a kolik je obvodů s $\mathcal{O}(n^k)$ hradly?

5. *Násobení:* S využitím sčítací sítě sestrojte co nejlepší síť na vynásobení dvou čísel na vstupu.

6. *Nejvyšší bit:* Sestrojte hradlovou síť hloubky $\mathcal{O}(\log n)$ a velikosti $\mathcal{O}(n)$, která ve vstupní posloupnosti vynuluje všechny bity krom nejlevější jedničky, tj. například pro vstup 0110 vydá na výstupu 0100.

7. *Dělitelnost:* Ukažte, jak v logaritmické hloubce otestovat, zda je n-bitové dvojkové číslo dělitelné pěti.

8. *Rychlejší formule:* Dokažte, že každou booleovskou formuli lze přeložit na booleovský obvod jehož hloubka je logaritmická v délce formule.

9. *Pro ctitele teorie automatů:* Dokažte, že každý regulární jazyk lze rozpoznávat hradlovou sítí logaritmické hloubky. Rozmyslete si jak pomocí toho vyřešit sčítání, odčítání, porovnání dvou čísel, otestování zda je číslo na vstupu dělitelné k...

10. *Souvislost:* Sestrojte hradlovou síť logaritmické hloubky, která dostane matici sousednosti neorientovaného grafu a rozhodne, zda je graf souvislý.