

1. *Goldberg a výšky*: Co by se stalo, kdybychom v inicializaci Goldbergova algoritmu umístili zdroj do výšky  $n - 1$ ,  $n - 2$ , anebo dokonce  $n - 3$ ? Rozmyslete si, která vlastnost (skončí, vydá vždy maximální tok, ...) na výšce zdroje závisí a tedy, která by se mohla pokazit.
2. *Goldberg a jednotkové sítě*: Rozeberte chování Goldbergova algoritmu na sítích s jednotkovými kapacitami. Bude rychlejší než ostatní algoritmy? Nebo alespoň stejně rychlý?
3. *Věže na šachovnici*: Mějme šachovnici  $r \times s$ , z níž políčkožrout sežral některá políčka. Chceme na ni rozestavět co nejvíce šachových věží tak, aby se navzájem neohrožovaly. Věž můžeme postavit na libovolné nesežrané políčko a ohrožuje všechny věže v témže řádku i sloupci. Navrhnete efektivní algoritmus, který takové rozestavení najde.
4. *Věže podruhé*: Stejně jako předchozí příklad, ale tentokrát věž „nevidí“ přes sežraná políčka.
5. *Parlamentní kluby*: V parlamentu s  $n$  poslanci je  $m$  různých klubů. Jeden poslanec může být členem mnoha různých klubů. Každý klub nyní potřebuje zvolit svého předsedu a tajemníka tak, aby všichni předsedové a tajemníci byli navzájem různé osoby (tedy aby nikdo „neseděl na více křeslech“). Navrhnete algoritmus, který zvolí všechny předsedy a tajemníky, případně oznámí, že řešení neexistuje. Mimochodem, za jakých podmínek je existence řešení garantována?

6. *Průchod šachovnicí:* Je dána šachovnice  $n \times n$ , kde některá políčka jsou nepřístupná. Celý dolní řádek je obsazen figurkami, které se mohou hýbat o jedno pole dopředu, šikmo vlevo dopředu, či šikmo vpravo dopředu. V jednom tahu se všechny figurky naráz pohnou (mohou i zůstat stát na místě), na jednom políčku se však musí vyskytovat nejvýše jedna figurka. Ocitne-li se figurka na některém políčku horního řádku šachovnice, zmizí. Navrhněte algoritmus, který najde minimální počet tahů takový, že z šachovnice dokážeme odstranit všechny figurky, případně oznámí, že řešení neexistuje.
7. *Minimální izolace:* Je dán nepřiliš velký celočíselný kvádr (dejme tomu s objemem nejvýše 20 000) a v něm  $k$  nebezpečných jednotkových kostiček. Navrhněte algoritmus, který najde podmnožinu  $M$  kostiček kvádru takovou, že každá nebezpečná kostička leží v  $M$  a zároveň  $M$  má minimální možný povrch (povrch měříme jako počet takových stěn kostiček z  $M$ , které nesousedí s jinou kostičkou z  $M$ ).
8. *Rychlejší Goldberg:* Navrhněte implementaci vylepšeného Goldbergova algoritmu se zvedáním nejvyššího vrcholu s přebytkem. Snažte se dosáhnout časové složitosti  $\mathcal{O}(n^2\sqrt{m})$ .