

1. *Rekurzivní hříčky*: Rozhodněte co počítají následující rekurzivní funkce:
 - (a) $f(x,y)$:

```
if x==0 => return y
else => return f((x&y) << 1, x^y)
```
 - (b) $g(x,y)$:

```
if y==0 => return 0
else if even(y) => return 2*g(x, y/2)
else => return 2*g(x, y/2) + x
```
 - (c) $h(x,y)$:

```
if x<y => return (0,x)
else:
  (a,b) <- 2*h(x/2, y)
  if odd(x) => b <- b+1
  if b>=y => a <- a+1, b <- b-y
  return (a,b)
```
 2. *BubbleRAM*: Napište implementaci BubbleSortu ve výpočetním modelu RAM. Na vstupu v buňce [0] obdržíte délku posloupnosti a samotná posloupnost se nachází v buňkách [1]–[[0]].
 3. *Zneužíváme RAM*: Mějme RAM s neomezenou velikostí čísel. Vymyslete, jak zakódovat libovolné množství libovolně velkých celých čísel c_1, \dots, c_n do jednoho celého čísla C tak, aby se jednotlivá čísla c_i dala jednoznačně dekodovat.
 4. *Konstantní paměť*: Navrhněte postup, jak v případě neomezené kapacity paměťové buňky pozměnit libovolný program na RAMu tak, aby používal jen konstantně mnoho paměťových buněk. Program můžete libovolně zpomalit.
 5. *Překlad pro RAM*: Rozmyslete si, jak do instrukcí RAMu překládat konstrukce známé z vyšších programovacích jazyků: podmínky, cykly, volání podprogramů s lokálními proměnnými a rekurzí.
-

Bonusové příklady

6. *Konstantní mocnina*: Vymyslete, jak na RAMu v konstantním čase otestovat, zda je číslo mocninou dvojky.
7. *Registrový stroj*: Registrový stroj je ještě jednodušší model výpočtu. Disponuje konečným počtem registrů, každý je schopen pojmout jedno přirozené číslo. Má tři instrukce: `inc` pro zvýšení hodnoty registru o 1, `dec` pro snížení o 1 (snížením nuly vyjde opět nula) a `jmpeq` pro skok, pokud se hodnoty dvou registrů rovnají. Vymyslete, jak na registrovém stroji naprogramovat vynulování registru, zkopírování hodnoty z jednoho registru do druhého a vynásobení dvou registrů.
8. Mějme program pro RAM, jehož vstupem a výstupem je konstantně mnoho čísel (z cvičení 4 víme, že libovolný vstup lze takto zakódovat). Ukažte, jak takový program přeložit na program pro registrový stroj, který počítá totéž. Časová složitost se překladem může libovolně zhoršit.