

1. Převeďte problém 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE na SOUČET PODMNOŽINY.
2. Máte černou skříňku, která říká, jestli má daná formule splňující ohodnocení. Jak nějaké takové splňující ohodnocení naleznete? Černou skříňku můžete použít vícekrát.
3. Máte algoritmus pro problém NEZÁVISLÁ MNOŽINA, tj. černou skříňku která na vstup  $(G, k)$  odpoví jestli graf  $G$  obsahuje nezávislou množinu velikosti  $k$ . Jak pomocí polynomiálně mnoha volání tohoto algoritmu nalezneme maximální nezávislou množinu v grafu?
4. Navrhněte polynomiální algoritmus pro problém NEZÁVISLÁ MNOŽINA pokud je vstupem strom.
5. Navrhněte polynomiální algoritmus pro problém NEZÁVISLÁ MNOŽINA pokud je vstupem intervalový graf.
6. Vymyslete jak byste řešili SOUČET PODMNOŽINY pomocí dynamického programování. Proč to neimplikuje  $P = NP$ ?

7. Převeďte SAT na řešitelnost soustavy kvadratických rovnic více proměnných, tedy rovnic tvaru

$$\sum_i \alpha_i x_i^2 + \sum_{i,j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_i \gamma_i x_i + \delta = 0,$$

kde  $x_1, \dots, x_n$  jsou reálné neznámé a řecká písmena značí celočíselné konstanty. (Všimněte si, že vůbec není jasné, zda tento problém leží v NP.)

8. Problém E3,E3-SAT je dalším zesílením 3,3-SATu. Chceme zjistit splnitelnost formule v CNF, jejíž každá klauzule obsahuje právě tři různé proměnné a každá proměnná se nachází v právě třech klauzulích. Ukažte, že tento problém lze řešit efektivně z toho prostého důvodu, že každá taková formule je splnitelná.
9. Řekneme že dvě posloupnosti  $x$  a  $y$  stejné délky jsou stejně uspořádané, pokud pro každé  $i$  a  $j$  platí  $x[i] \leq x[j]$  právě tehdy když  $y[i] \leq y[j]$ . Permutace délky  $n$  je posloupnost čísel  $\{1, \dots, n\}$  v libovolném pořadí (viz 2. cvičení, příklad 11). Problém PERMUTATION PATTERN MATCHING definujeme následovně - pro permutaci  $\sigma$  délky  $n$  a permutaci  $\iota$  délky  $m$  chceme rozhodnout jestli existuje **podposloupnost**  $\sigma$  délky  $m$  stejně uspořádané jako  $\iota$ . Například **3, 1, 5, 2, 4** obsahuje 2, 3, 1 (tučně vyznačeno), ale neobsahuje 3, 2, 1 jelikož jde rozložit na dvě rostoucí posloupnosti. Dokažte NP-úplnost problému PERMUTATION PATTERN MATCHING.