

1. Převeďte problém 3D-PÁROVÁNÍ na SAT.
2. Ukažte, že problémy DVA LOUPEŽNÍCI, SOUČET PODMNOŽINY, BATOH a 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE jsou na sebe navzájem převoditelné.
3. Převeďte problém 3D-PÁROVÁNÍ na 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE.
4. Dokažte NP-úplnost problému SOUČET PODMNOŽINY.

## Katalog NP-úplných problémů

- *Logické problémy:*
  - SAT: splnitelnost logických formulí v CNF
  - 3-SAT: každá klauzule obsahuje max. 3 literály
  - 3,3-SAT: navíc se každá proměnná vyskytuje nejvýše třikrát
  - SAT PRO OBECNÉ FORMULE: nejen v CNF.
  - OBVODOVÝ SAT: splnitelnost booleovského obvodu.
- *Grafové problémy:*
  - NEZÁVISLÁ MNOŽINA: existuje nezávislá množina na  $k$  vrcholech?
  - KLIKA: existuje úplný podgraf na  $k$  vrcholech?
  - BARVENÍ GRAFU: lze obarvit vrcholy  $k$  barvami (přidělit každému vrcholu číslo od 1 do  $k$ ) tak, aby vrcholy stejné barvy nebyly nikdy spojeny hranou)? To je NP-úplné už pro  $k = 3$ .
  - HAMILTONOVSKÁ CESTA: existuje cesta obsahující všechny vrcholy?
  - HAMILTONOVSKÁ  $uv$ -CESTA: existuje cesta mezi  $u$  a  $v$ , která obsahuje všechny vrcholy grafu?
  - HAMILTONOVSKÁ KRUŽNICE: existuje kružnice obsahující všechny vrcholy?
  - PROBLÉM OBCHODNÍHO CESTUJÍCÍHO: hrany jsou ohodnoceny délkami  $\ell(e) \geq 0$ , existuje hamiltonovská kružnice délky nejvýše  $k$ ?
  - 3D-PÁROVÁNÍ: máme tři množiny se zadanými trojicemi; zjistěte, zda existuje taková množina disjunktních trojic, ve které jsou všechny prvky právě jednou?
- *Číselné problémy:*
  - SOUČET PODMNOŽINY: má daná množina přirozených čísel podmnožinu s daným součtem?
  - BATOH: jsou dány předměty s váhami a cenami a kapacita batohu, existuje podmnožina předmětů ceny alespoň  $C$ , jejíž váha nepřesáhne kapacitu batohu?
  - DVA LOUPEŽNÍCI: lze rozdělit danou množinu čísel na dvě podmnožiny se stejným součtem?
  - 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE: je dána matice  $\mathbf{A} \in \{0,1\}^{m \times n}$ . Existuje vektor  $\mathbf{x} \in \{0,1\}^n$  takový, že  $\mathbf{Ax}$  je rovno vektoru samých jedniček?