

1. *Porovnání:* Sestrojte hradlovou síť hloubky  $\mathcal{O}(\log n)$ , která porovná dvě  $n$ -bitová čísla  $x$  a  $y$  a vydá jedničku, pokud  $x < y$
2. *Dělitelnost:* Ukažte, jak v logaritmické hloubce otestovat, zda je  $n$ -bitové dvojkové číslo dělitelné pěti.
3. *Nejvyšší bit:* Pro číslo zadané ve dvojkové soustavě navrhnete hradlovou síť, která nalezne nejlevější nenulový bit, čili nejvyšší  $i$  takové, že  $x_i = 1$ .
4. *Maximum:* Navrhnete komparátorovou síť pro hledání maxima: dostane-li  $n$  prvků, vydá takovou permutaci, v níž bude poslední hodnota největší.
5. *Dotřídění:* Navrhnete komparátorovou síť pro zatřídění prvku do setříděné posloupnosti: dostane  $(n - 1)$ -prvkovou setříděnou posloupnost a jeden prvek navíc, vydá setříděnou permutaci.

6. *Pro ctitele teorie automatů:* Dokažte, že každý regulární jazyk lze rozpoznávat hradlovou sítí logaritmické hloubky. Rozmyslete si jak pomocí toho vyřešit sčítání, odčítání, porovnání dvou čísel, otestování zda je číslo na vstupu dělitelné  $k$ ...
7. *Medián:* Navrhněte komparátorovou síť pro hledání mediánu: dostane-li  $n$  prvků, vydá takovou permutaci, v níž bude poslední hodnota medián všech prvků.
8. *Nuly a jedničky:* Dokažte nula-jedničkový princip: pro ověření, že komparátorová síť třídí všechny vstupy, ji postačí otestovat na všech posloupnostech nul a jedniček.