

1. *Fourier naposledy*: Spočítejte Fourierovy obrazy následujících vektorů:
 - (a) $(\omega^0, \omega^j, \omega^{2j}, \dots, \omega^{j(n-1)})$,
 - (b) $(\omega^0, \omega^{-j}, \omega^{-2j}, \dots, \omega^{-j(n-1)})$ kde $\omega = e^{2\pi i/n}$.
2. *AND OR NOT*: Ukažte, že libovolnou Booleovskou funkci lze vyjádřit pomocí hradel AND, OR a NOT
3. *NAND*: Pokračujme v předchozím cvičení: dokažte, že stačí jediný typ hradla, a to NAND (negovaný AND). Podobně by stačil NOR (negovaný OR).
4. *Převod formule*: Dokažte, že každou booleovskou formuli lze přeložit na booleovský obvod. Velikost obvodu i jeho hloubka přitom budou lineární v délce formule.
5. *Malá hradla*: Ukažte, že libovolnou booleovskou funkci s k vstupy lze spočítat booleovským obvodem hloubky $O(k)$ s $O(2^k)$ hradly. To speciálně znamená, že pro pevné k lze booleovské obvody s nejvýše k -vstupovými hradly překládat na obvody s 2-vstupovými hradly. Hloubka přitom vzroste pouze konstanta-krát.
6. *Složitě funkce*: Exponenciální velikost obvodu je nepříjemná, ale bohužel nevyhnutelná: Dokažte, že pro žádné k neplatí, že všechny n -vstupové booleovské funkce lze spočítat obvody s $O(n^k)$ hradly.
7. *Nejvyšší bit*: Pro číslo zadané ve dvojkové soustavě navrhnete hradlovou síť, která nalezne nejlevější nenulový bit.

8. *Rychlejší formule:* Dokažte, že každou booleovskou formuli lze přeložit na booleovský obvod jehož hloubka je logaritmická v délce formule.
9. *Pro ctitele teorie automatů:* Dokažte, že každý regulární jazyk lze rozpoznávat hradlovou sítí logaritmické hloubky. Rozmyslete si jak pomocí toho vyřešit sčítání, odčítání, porovnání dvou čísel, otestování zda je číslo na vstupu dělitelné k ...
10. *Souvislost:* Sestrojte hradlovou síť logaritmické hloubky, která dostane matici sousednosti neorientovaného grafu a rozhodne, zda je graf souvislý.