1. *Nekuchaři:* Řešte „nekuchařkové“ rekurence:
   - $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n \log n)$ a $T(1) = 1$,
   - $T(n) = n^{1/2} \cdot T(n^{1/2}) + \Theta(n)$ a $T(2) = 1$.
2. *Skoroskoromediány:* Student Šťoura si místo skoromediánů za pivoty volí „skoroskoromediány“, které leží v prostředních šesti osminách vstupu. Jaké dosahuje časové složitosti?
3. *Průměrný pivot:* Jak by dopadlo, kdybychom na vstupu dostali posloupnost reálných čísel a jako pivota používali aritmetický průměr?
4. *Linearselect:* Proč při vybírání k-tého nejmenšího prvku používáme zrovna pětice? Fungoval by algoritmus s trojicemi? Nebo se sedmicemi? Byl by pak stále lineární?
5. *Spletitý kabel:* Mějme dlouhý kabel, z jehož obou konců vystupuje po n drátech. Každý drát na levém konci je propojen s právě jedním na konci druhém a my chceme zjistit, který s kterým. K tomu můžeme používat následující operace: (1) přivést napětí na daný drát na levém konci, (2) odpojit napětí z daného drátu na levém konci, (3) změřit napětí na daném drátu na pravém konci. Navrhněte algoritmus, který pomocí těchto operací zjistí, co je s čím propojeno. Snažte se počet operací minimalizovat.
6. *Šrouby a matice:* Na stole leží n různých šroubků a n matiček. Každá matička pasuje na právě jeden šroub a my chceme zjistit, která na který. Umíme ale pouze porovnávat šroub s matičkou − tím získáme jeden ze tří možných výsledků: matička je příliš velká, příliš malá, nebo správně velká. Nalezněte co nejefektivnější algoritmus.
7. *Medián ze dvou:* Je dáno n-prvkové pole, ve kterém jsou za sebou dvě vzestupně setříděné posloupnosti (ne nutně stejně dlouhé). Navrhněte algoritmus, který najde medián sjednocení obou posloupností v sublineárním čase. (Lze řešit v čase $O(\log n)$.)

8. *Neadaptivní kabel:* Nalezněte neadaptivní řešení příkladu Spletitý kabel, tedy takové, v němž položené dotazy nezávisí na výsledcích předchozích dotazů.

9. *Inverze trojúhelníkové matice:* Navrhněte algoritmus typu Rozděl a panuj na výpočet inverze trojúhelníkové matice $n \times n$ v čase lepším než $\Omega(n^3)$. Jako podprogram se může hodit Strassenovo násobení matic. Můžete předpokládat, že n je mocnina dvojky.

10. *ε-net* Na medián se můžeme dívat také tak, že je to „patník" na půli cesty od minima k maximu. Jinými slovy, mezi minimem a mediánem leží přibližně stejně prvků jako mezi mediánem a maximem. Co kdybychom chtěli mezi minimum a maximum co nejrovnoměrněji rozmístit více patníků?

    Přesněji: pro n-prvkovou množinu prvků X a číslo ε $(0 < \varepsilon < 1)$ definujeme ε-síť jako posloupnost $\min X = x_0 < x_1 < \ldots < x_{\lceil 1/\varepsilon \rceil} = \max X$ prvků vybraných z X tak, aby se mezi x_i a x_{i+1} vždy nacházelo nejvýše εn prvků z X. Pro $\varepsilon = 1/2$ tedy počítáme minimum, medián a maximum, pro $\varepsilon = 1/4$ přidáme prvky ve čtvrtinách, ..., a při $\varepsilon = 1/n$ už třídíme.

    Složitost hledaní ε-sítě se tedy v závislosti na hodnotě ε bude pohybovat mezi $O(n)$ a $O(n \log n)$. Najděte algoritmus s časovou složitostí $O(n \log(1/\varepsilon))$.

11. *Nejbližší body:* Máme n bodů v rovině a chceme najít dvojici s nejmenší vzdáleností. Nabízí se rozdělit body vodorovnou přímkou podle mediánu y-ových souřadnic, rekurzivně spočítat nejmenší vzdálenosti ε_1 a ε_2 v obou polorovinách a pak dopočítat, co se děje v pásu o šíři $2\min(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ podél dělící přímky. Dokažte, že probíráme-li body pásu zleva doprava, stačí každý bod porovnat s $O(1)$ sousedy. To vede na algoritmus o složitosti $\Theta(n \log n)$.

12. *Medián ze dvou AVL:* Máme dány dva AVL stromy, které celkem obsahují n prvků. Navrhněte algoritmus, který najde medián sjednocení obou stromů v sublineárním čase.