1. *Rekurence:* Vyřešte následující rekurence (vždy $T(1) = 1$):

   - $T(n) = T(n/2) + \Theta(1)$ (binární vyhledávání)
   - $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n)$ (merge sort)
   - $T(n) = 3T(n/2) + \Theta(n)$ (Karacubův algoritmus)
   - $T(n) = 8T(n/2) + \Theta(n^2)$ (triviální násobení matic)
   - $T(n) = 7T(n/2) + \Theta(n^2)$ (Strassenův algoritmus)
   - $T(n) = 8T(n/2) + \Theta(n^3)$
   - $T(n) = 7T(n/2) + \Theta(n^3)$
   - $T(n) = 9T(n/2) + \Theta(n^3)$

2. *Multimerge:* Popište třídicí algoritmus, který bude vstup rozkládat na více než dvě části a ty pak rekurzivně třídit. Může být rychlejší než náš Mergesort?

3. *Karacuba pozorněji:* Pozornému studentovi jistě neuniklo, že se v rozboru časové složitosti Karacubova algoritmu skrývá drobná chybička: čísla $A+B$ a $C+D$ mohou mít více než $n/2$ cifer, konkrétně $\lceil n/2 \rceil + 1$. Ukažte, že to časovou složitost algoritmu neovlivní.

4. *Karacubův prostor:* Dokažte, že Karacubův násobící algoritmus má lineární prostorovou složitost.

5. *Nekuchaři:* Řešte „nekuchařkové“ rekurence:

   - $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n \log n)$ a $T(1) = 1$,
   - $T(n) = n^{1/2} \cdot T(n^{1/2}) + \Theta(n)$ a $T(2) = 1$.

6. *Spletitý kabel:* Mějme dlouhý kabel, z jehož obou konců vystupuje po n drátech. Každý drát na levém konci je propojen s právě jedním na konci druhém a my chceme zjistit, který s kterým. K tomu můžeme používat následující operace: (1) přivést napětí na daný drát na levém konci, (2) odpojit napětí z daného drátu na levém konci, (3) změřit napětí na daném drátu na pravém konci. Navrhněte algoritmus, který pomocí těchto operací zjistí, co je s čím propojeno. Snažte se počet operací minimalizovat.

7. *Převod soustavy:* Máme n-ciferné číslo v soustavě o základu z a chceme ho převést do soustavy o jiném základu. Ukažte, jak to metodou Rozděl a panuj zvládnout v čase $O(M(n))$, kde $M(n)$ je čas potřebný na násobení n-ciferných čísel v soustavě o novém základu.

8. *Kuchaři s konstantou:* Vylepšete kuchařkovou větu, aby pokrývala i případy, v nichž se velikosti podproblémů liší až o nějakou konstantu. To by se hodilo například u násobení čísel.

9. *Kuchařka pro různě hladové jedlíky:* Jak by věta vypadala, kdybychom problém dělili na nestejně velké části? Tedy kdyby rekurence měla tvar $T(n) = T(\beta_1 n) + T(\beta_2 n) + \ldots + T(\beta_a n) + \Theta(n^c)$.

10. *Neadaptivní kabel:* Nalezněte neadaptivní řešení příkladu Spletitý kabel, tedy takové, v němž položené dotazy nezávisí na výsledcích předchozích dotazů.