

1. *Rozbití funkce*: Dostali jste hešovací funkci $h : [U] \rightarrow [m]$. Pokud o této funkci nic dalšího nevíte, kolik vyhodnocení funkce potřebujete, abyste našli k -tici prvků, které se všechny zobrazí do téže přihrádky?
2. *Dvojice se součtem*: Mějme množinu přirozených čísel a číslo x . Chceme zjistit, zda množina obsahuje dvojici prvků se součtem x v průměrném čase $O(n)$.
3. *Narozeninový paradox*: Kolik lidí musí být na party, aby pravděpodobnost, že dva lidé mají narozeniny ve stejný den, byla aspoň $1/2$? (Odpověď je překvapivě nízké číslo a říká nám, že první kolize v hashovací tabulce nastane překvapivě brzy.)
4. *Rick and zombies*: K Rickovi se ze všech stran blíží zombies. Předpokládejme, že Rick má neomezenou zásobu nábojů, střílí dokonale přesně a na jeden zásobník umí zastřelit 6 zombíků. Vyměnit zásobník mu ale trvá 1s a během té doby se zombies posunou o 1m k němu. Přežije to? Spočítejte co nejrychleji. Vstup je reprezentován jako (nesetříděná) posloupnost d_1, \dots, d_n , kde d_i představuje vzdálenost i -tého zombíka.
5. *Palindromujeme*: Pro dané slovo s zjistěte, kolik nejméně písmen musíte přidat k danému slovu s aby po vhodném zamíchání písmenek vznikl palindrom.

6. *Extraterestriální narozeninový paradox*: Kolik mimozemšťánů musí být na party, aby pravděpodobnost, že dva z nich mají narozeniny ve stejný den, byla aspoň $1/2$ pakliže na jejich planetě má rok přesně n dní?
7. *Trojice se součtem*: Mějme množinu přirozených čísel a číslo x . Jak rychle umíme zjistit, zda množina obsahuje trojici prvků se součtem x ?
8. *Bloomův filtr*: Bloomův filtr je datová struktura pro přibližnou reprezentaci množiny. Skládá se z pole bitů $B[1 \dots m]$ a hešovací funkce h , která prvkům univerza přiřazuje indexy v poli. $\text{INSERT}(x)$ nastaví $B[h(x)] = 1$. $\text{MEMBER}(x)$ otestuje, zda $B[h(x)] = 1$. Vložme nyní do filtru nějakou n -prvkovou množinu M . Pokud $x \in M$, $\text{MEMBER}(x)$ vždy odpoví správně. Pokud se ale zeptáme na $x \notin M$, může se stát, že $h(x) = h(y)$ pro nějaké $y \in M$, a $\text{MEMBER}(x)$ odpoví špatně. Spočítejte, s jakou pravděpodobností se to pro dané m a n stane.
9. *Bloomův filtr 2.0*: Spolehlivost Bloomova filtru můžeme zvýšit tak, že si pořídíme k filtrů s různými hešovacími funkcemi. INSERT bude vkládat do všech, MEMBER se zeptá všech a odpoví ano pouze tehdy, když se na tom všechny filtry shodnou. Je-li pravděpodobnost chyby jednoho filtru p , pak kombinace k filtrů chybí s pravděpodobností pouhých p^k . Vymyslete, jak nastavit m a k pro případ, kdy chceme ukládat 10^6 prvků s pravděpodobností chyby nejvýše 10^{-9} . Minimalizujte spotřebu paměti.