

1. *Perfektní vyváženost*: Navrhněte algoritmus, který ze setříděného pole vyrobí v lineárním čase dokonale vyvážený BVS. (Počet vrcholů v levém podstromu se liší od počtu vrcholů v pravém podstromu maximálně o 1)
2. *BVS-join*: Navrhněte algoritmus, který dostane dva BVS T_1 , T_2 a sloučí jejich obsah do jediného BVS. Algoritmus by měl pracovat v čase $O(|T_1| + |T_2|)$.
3. *BVS-split*: Navrhněte operaci BVSPLIT, která dostane BVS T a hodnotu s , a rozdělí strom na dva BVS T_1 a T_2 takové, že hodnoty v T_1 jsou menší než s a hodnoty v T_2 jsou větší než s .
4. *Vylepšování BVS*: Uvažujme obecný BVS uchováající pouze hodnoty (bez klíčů) s operacemi Insert, Delete a Find v čase $O(\log n)$. Se zachováním asymptotické složitosti všech operací (včetně rotací v $O(1)$) naučte BVS následující operace v co nejlepší časové složitosti:
 - Počet prvků, Min a Max celého stromu.
 - k -tý prvek stromu.
 - Pro prvek předaný odkazem odpovědět kolik menších prvků ve stromě existuje.
 - Kolik prvků ve stromě je z intervalu $[a, b]$.
5. *Vylepšování BVS 2*: Uvažme obecný BVS uchováající dvojice (klíč, hodnota) setříděné podle klíče. Se zachováním asymptotické složitosti všech operací naučte BVS následující operace v co nejlepší časové složitosti:
 - Min a Max hodnot v rámci celého stromu.
 - Min, Max a průměr v daném intervalu klíčů $[a, b]$.
 - Přičtení δ ke všem hodnotám v intervalu klíčů $[a, b]$.

6. *Úsporné stromy*: Obvyklá reprezentace BVS v paměti potřebuje v každém vrcholu 3 ukazatele: na levého syna, na pravého syna a na otce. Ukažte, jak si vystačit se dvěma ukazateli. Původní 3 ukazatele by z těch vašich mělo jít spočítat v konstantním čase.
7. *Vyvažování ve stísněném prostoru*: Navrhněte algoritmus, který v lineárním čase zadaný BVS dokonale vyváží ale použije pouze logaritmickou paměť. A uměli byste to pouze s pamětí konstantní?
8. *Join na místě*: S využitím předchozího příkladu vymyslete jak sloučit dva stromy T_1 a T_2 do jediného dokonale vyváženého stromu T v čase $O(|T_1| + |T_2|)$ a s využitím pouze $O(1)$ paměti navíc.
9. *Vylepšování BVS 2+*: Uvažme obecný BVS uchovávající dvojice (klíč, hodnota) setříděné podle klíče. Se zachováním asymptotické složitosti všech operací naučte BVS následující operace v co nejlepší časové složitosti:
 - obecná nekomutativní asociativní operace na intervalu klíčů.