

1. *Neunikátní Jarník*: Fungoval by Jarníkův algoritmus pro neunikátní váhy hran?
2. *Neunikátní Borůvka*: Fungoval by Borůvkův algoritmus pro neunikátní váhy hran?
3. *Neunikátní Kruskal*: Fungoval by Kruskalův algoritmus pro neunikátní váhy hran?
4. *Změna hrany*: Máte nalezenou minimální kostru. Jak najít novou minimální kostru pokud:
  - (a) Z grafu odstraníme jednu hranu.
  - (b) Zvýšíme váhu jedné hrany.
  - (c) Snížíme váhu jedné hrany.
5. *L-kostry*: Vymyslete algoritmus na hledání kostry grafu, v němž jsou váhy hran přirozená čísla z množiny  $\{1, \dots, L\}$ .

6. *Druhá nejmenší kostra*: Známe-li minimální kostru, jak najít druhou nejmenší?
7. *Kontrahující Borůvka*: Borůvkův algoritmus můžeme upravit, aby každý strom lesa udržoval zkontrahovaný do jednoho vrcholu. Iterace pak vypadá tak, že si každý vrchol vybere nejlehčí incidentní hranu, tyto hrany zkontrahujeme a zapamatujeme si, že patří do minimální kostry. Ukažte, jak tento algoritmus implementovat tak, aby běžel v čase  $O(m \log n)$ . Jak si poradit s násobnými hranami a smyčkami, které vznikají při kontrakci?
8. *Rovinný Borůvka*: Když šikovně použijeme algoritmus z předchozího cvičení pro rovinné grafy jak rychle najdeme minimální kostru? Opět je potřeba správně ošetřit násobné hrany.
9. *Všechny kostry*: Rozmyslete si, jak v případě, kdy váhy nejsou unikátní, najít všechny minimální kostry. Jelikož koster může být mnoho (pro úplný graf s jednotkovými vahami jich je  $n^{n-2}$ ), snažte se o co nejlepší složitost v závislosti na velikosti grafu a počtu minimálních koster .