

1. *Mnoho cest:* Ukažte, jak pro libovolné n sestrojíte graf na nejvýše n vrcholech, v němž mezi nějakými dvěma vrcholy existuje $2^{\Omega(n)}$ nejkratších cest.
2. *Dijkstra I.:* Najděte (orientovaný ohodnocený) graf s právě jednou zápornou hranou a bez záporného cyklu, na němž Dijkstrův algoritmus selže (tj. v závislosti na implementaci buď otevře vrchol opakovaně nebo nenajde nejkratší cestu).
3. *Dijkstra II.:* Ukažte příklad grafu s celočíselně ohodnocenými hranami, na kterém Dijkstrův algoritmus poběží exponenciálně dlouho.
4. *Dijkstra III.:* Nechť délky hran leží v množině $\{0, \dots, L\}$. Navrhněte datovou strukturu založenou na příhrádkách, s níž Dijkstrův algoritmus poběží v čase $\mathcal{O}(nL + m)$. Pokuste se vystačit s pamětí $\mathcal{O}(n + m + L)$.
5. *Rychlíky v Tramtárii:* V Tramtárii jezdí po železnici samé rychlíky, které nikde po cestě nestaví. V jízdním řádu je pro každý rychlík uvedeno počáteční a cílové nádraží, čas odjezdu a čas příjezdu. Nyní stojíme v čase t na nádraží a a chceme se co nejrychleji dostat na nádraží b . Navrhněte algoritmus, který najde takové spojení.
6. *Vícero kritérií:* Silnice v mapě máme ohodnocené dvěma čísly: délkou a mýtem (poplatkem za projetí). Jak najít nejlevnější z nejkratších cest?
7. *Vysoké kamiony:* Mějme mapu města ve tvaru orientovaného grafu. Každou hranu ohodnotíme podle toho, jaký nejvyšší kamion po dané ulici může projet. Po cestě tedy projede maximálně tak vysoký náklad, kolik je minimum z ohodnocení jejích hran. Jak pro zadané dva vrcholy najít cestu, po níž projede co nejvyšší náklad?

8. *Prodloužení hran:* Lze se v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo k ?
9. *Kritické hrany:* Kritická hrana budiž taková, která leží na všech nejkratších cestách. Tedy ta, jejíž prodloužení by ovlivnilo vzdálenost. Navrhněte algoritmus, který najde všechny kritické hrany.
10. *Překvapivé řešení:* Sestrojte algoritmus pro řešení soustavy lineárních nerovnic tvaru $x_i - x_j \leq c_{ij}$, kde c_{ij} jsou reálné, ne nutně kladné konstanty.¹

¹Překvapivě vám k tomu pomůže, že umíte hledat nejkratší cesty.