

1. *Bipartitní grafy*: Navrhněte algoritmus, který v čase $\mathcal{O}(n + m)$ zjistí, zda zadaný graf je bipartitní. Tak se říká grafům, jejichž vrcholy lze rozdělit na dvě množiny tak, aby koncové vrcholy každé hrany patřily do různých množin.
2. *Zachování souvislosti*: Mějme souvislý neorientovaný graf. Jak nalezneme pořadí odtrhávání vrcholů, aby přitom graf zůstal souvislý?
3. *Acyklické grafy*: Navrhněte algoritmus, který v čase $\mathcal{O}(n + m)$ zjistí, zda zadaný orientovaný graf je acyklický.
4. *Streets and avenues*: Mějme mapu Manhattanu: čtverečkový papír, křížení čar odpovídají křižovatkám, úsečky mezi nimi jednotlivým streets a avenues, z nichž některé jsou neprůjezdné kvůli dopravní zácpě. Nalezněte nejrychlejší cestu mezi dvěma zadanými křižovatkami, pakliže víte že projetí jednoho bloku na avenue trvá dvojnásob času potřebného na ujetí jednoho bloku na zbylých ulicích.
5. *Porouchané auto*: Stejná situace jako v předchozí úloze, ale nám se v jedné ulici porouchalo auto a nyní dovede pouze jezdit rovně a odbočovat doprava. Nalezněte nejkratší cestu do servisu (na zadanou křižovátku).
6. *Kulhavý kuň*: Na jisté šachovnici žil kulhavý kuň. To je zvláštní šachová figurka, která v sudých tazích táhne jako jezdec, v lichých jako pěšec. Vymyslete algoritmus, který z jednoho zadaného políčka dokulhá na druhé na nejmenší možný počet tahů.
7. *Bludiště a dveře*: Máte čtverečkové bludiště, ve kterém existují čtyři typy zamčených dveří a klíče odpovídajících čtyř typů. Jakmile najdete klíč, můžete libovolně procházet dveřmi příslušného typu. Jak najdete nejkratší cestu ven?
8. *Bílá paní*: Ve čtverečkové síti máte zakreslenou mapu hradu. Každý čtvereček je buď volný, nebo je zcela zaplněn zdí. Po hradu se pohybuje bílá paní, která začíná svou cestu ve čtverečku X a chce se dostat co nejkratší cestou do čtverečku Y . Chodit může pouze vodorovně nebo svisle, nikoliv diagonálně. Bílá paní navíc umí procházet zdmi, ale takové procházení zdí není nic příjemného a proto se mu snaží vyhýbat. Najděte proto cestu z bodu X do bodu Y , která prochází co nejméněkrát zdí.

9. *Asfaltování*: Máme mapu městečka v podobě neorientovaného grafu. Parta asfaltérů umí za jednu směnu vyasfaltovat dvě na sebe navazující ulice. Jak vyasfaltovat každou ulici právě jednou? Jde to pokaždé, když je ulic sudý počet?
10. *Théseus*: Hrdina Théseus se vypravil do hlubin labyrintu a snaží se najít poklad. Chodbami labyrintu se ovšem pohybuje hladový Mínótauros a snaží se najít Thésea. Labyrint má tvar čtvercové sítě, jejíž každé políčko je buďto volné prostranství, anebo zeď. Známe mapu labyrintu a počáteční polohy Thésea, Mínótaura a pokladu. Théseus se v jednom tahu pohne na vybrané sousední políčko. Poté se vždy dvakrát pohne o políčko Mínótauros: pokaždé se pokusí zmenšit o 1 rozdíl své a Théseovy x -ové souřadnice, pokud to nejde, pak y -ové, pokud nejde ani to, stojí. Poradte Théseovi, jak má dojít k pokladu a vyhnout se Mínótaurovi.
11. *Brtník*: V lese tvaru čtvercové sítě se nachází medvěd, brloh, překážky a několik brtí.¹ Medvěd si právě začal pochutnávat na medu, ale hned si toho všimly včely a začaly se na něj slétat ze všech brtí najednou. Chceme spočítat, jak dlouho ještě může medvěd mlsat, aby ho na cestě do brlohu nezastihly včely. V čase 0 je medvěd na zadaném místě a včely v brtích. Za každou další jednotku času se medvěd posune o jedno políčko a včely se také rozšíří o jedno políčko.
12. *Jednosměrky*: Je dána mapa městečka v podobně neorientovaného grafu. Chceme z co nejvíce ulic udělat jednosměrky, ale stále musí být možné dojet autem odkudkoliv kamkoliv bez porušení předpisů.

¹ Brť je úl lesních včel v dutině stromu. Od toho medvěd brtník.