

1. *Asymptotická složitost*: Pokuste se najít co nejvíce asymptotických vztahů mezi následujícími funkcemi:  $n$ ,  $42n + 7$ ,  $n^2$ ,  $\log n$ ,  $\log(n^2)$ ,  $(\log n)^2$ ,  $\sqrt{n}$ ,  $2^n$ ,  $2^{2n}$ ,  $4^n$ ,  $2^{2 \log n}$ ,  $2^{(\log n)^2}$ ,  $n^n$ ,  $n!$ ,  $(n + 1)!$ .
2. *Neporovnatelnost*: Najděte funkce  $f$ ,  $g$  takové, že  $f(n) \notin \mathcal{O}(g(n))$ , a zároveň  $g(n) \notin \mathcal{O}(f(n))$ . Co když budeme navíc požadovat aby  $f$  a  $g$  byly ostře rostoucí?
3.  *$\Theta$  bez limity*: Najděte funkce  $f$ ,  $g$  takové, že  $f(n) \in \Theta(g(n))$ , ale  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)}$  neexistuje.
4. *RAM*: Napište implementaci BubbleSortu ve výpočetním modelu RAM.
5. *Zneužíváme RAM*: Mějme RAM s neomezenou velikostí čísel. Vymyslete, jak zakódovat libovolné množství celých čísel  $c_1, \dots, c_n$  do jednoho celého čísla  $C$  tak, aby se jednotlivá čísla  $c_i$  dala jednoznačně dekodovat.
6. *Konstantní paměť*: Navrhněte postup, jak v případě neomezené kapacity paměťové buňky pozměnit libovolný program na RAMu tak, aby používal jen konstantně mnoho paměťových buněk. Program můžete libovolně zpomalit. Kolik nejméně buněk je potřeba?

7. *Subpolynomialita logaritmu*: Dokažte, že  $\log n \in \mathcal{O}(n^\varepsilon)$  pro každé  $\varepsilon > 0$ .
8.  $\log_n(n!)$ : Najděte co nejlepší asymptotický odhad funkce  $\log_n(n!)$ .
9. *Konstantní mocnina*: Vymyslete, jak na RAMu v konstantním čase otestovat, zda je číslo mocninou dvojky.
10. *Vyšší RAM*: Rozmyslete si, jak do instrukcí RAMu překládat konstrukce známé z vyšších programovacích jazyků: podmínky, cykly, volání podprogramů s lokálními proměnnými a rekurzí.