

1. Jak rychle umíte řešit 2-SAT?
2. Ukažte, že problémy KLIKA, NEZÁVISLÁ MNOŽINA a VRCHOLOVÉ POKRYTÍ jsou stejně těžké.
3. Převeďte problém 3D-PÁROVÁNÍ na SAT.
4. Ukažte některé z převodů mezi problémy DVA LOUPEŽNÍCI, SOUČET PODMNOŽINY, BATOH a 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE.
5. Převeďte problém 3D-PÁROVÁNÍ na 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE.
6. Máte černou skříňku, která říká, jestli má daná formule splňující ohodnocení. Jak nějaké takové splňující ohodnocení naleznete? Černou skříňku můžete použít vícekrát.

Katalog NP-úplných problémů

- *Logické problémy:*

- SAT: splnitelnost logických formulí v CNF
- 3-SAT: každá klauzule obsahuje max. 3 literály
- 3,3-SAT: navíc se každá proměnná vyskytuje nejvýše třikrát
- SAT PRO OBECNÉ FORMULE: nejen v CNF.
- OBVODOVÝ SAT: splnitelnost booleovského obvodu.

- *Grafové problémy:*

- NEZÁVISLÁ MNOŽINA: existuje množina alespoň k vrcholů, mezi nimiž nevede žádná hrana?
- KLIKA: existuje úplný podgraf na k vrcholech?
- BARVENÍ GRAFU: lze obarvit vrcholy k barvami (přidělit každému vrcholu číslo od 1 do k) tak, aby vrcholy stejné barvy nebyly nikdy spojeny hranou)? To je NP-úplné už pro $k = 3$.
- HAMILTONOVSKÁ CESTA: existuje cesta obsahující všechny vrcholy?
- HAMILTONOVSKÁ KRUŽNICE: existuje kružnice obsahující všechny vrcholy?
- 3D-PÁROVÁNÍ: máme tři množiny se zadanými trojicemi; zjistěte, zda existuje taková množina disjunktních trojic, ve které jsou všechny prvky právě jednou? (Striktně vzato, není to grafový problém, ale hypergrafový – hrany nejsou páry, ale trojice.)

- *Číselné problémy:*

- SOUČET PODMNOŽINY: má daná množina přirozených čísel podmnožinu s daným součtem?
- BATOH: jsou dány předměty s váhami a cenami a kapacita batohu, chceme najít co nejdražší podmnožinu předmětů, jejíž váha nepřesáhne kapacitu batohu. Aby se jednalo o rozhodovací problém, ptáme se, zda existuje podmnožina s cenou větší nebo rovnou zadanému číslu.
- DVA LOUPEŽNÍCI: lze rozdělit danou množinu čísel na dvě podmnožiny se stejným součtem?
- 0/1 LINEÁRNÍ ROVNICE: je dána matice $\mathbf{A} \in \{0,1\}^{m \times n}$. Existuje vektor $\mathbf{x} \in \{0,1\}^n$ takový, že \mathbf{Ax} je rovno vektoru samých jedniček?