

1. Ukažte, že libovolnou Booleovskou funkci lze vyjádřit pomocí hradel AND, OR a NOT
2. Ukažte, že libovolnou booleovskou funkci s  $k$  vstupy lze spočítat booleovským obvodem hloubky  $O(k)$  s  $O(2^k)$  hradly. To speciálně znamená, že pro pevné  $k$  lze booleovské obvody s nejvýše  $k$ -vstupovými hradly překládat na obvody s 2-vstupovými hradly. Hloubka přitom vzroste pouze konstanta-krát.
3. Exponenciální velikost obvodu je nepříjemná, ale bohužel nevyhnutelná: Dokažte, že pro žádné  $k$  neplatí, že všechny  $n$ -vstupové booleovské funkce lze spočítat obvody s  $O(n^k)$  hradly.
4. Pro číslo zadané ve dvojkové soustavě navrhnete hradlovou síť, která nalezne nejlevější nenulový bit.
5. Sestrojte hradlovou síť hloubky  $O(\log n)$ , která porovná dvě  $n$ -bitová čísla  $x$  a  $y$  a vydá jedničku pokud  $x < y$ .