

1. *Medián ze dvou*: Je dáno n -prvkové pole, ve kterém jsou za sebou dvě vzestupně seřazené posloupnosti (ne nutně stejně dlouhé). Navrhněte algoritmus, který najde medián sjednocení obou posloupností v sub-lineárním čase.
2. *Nejbližší body*: Máme n bodů v rovině a chceme najít dvojici s nejmenší vzdáleností. Nabízí se rozdělit body vodorovnou přímkou podle mediánu y -ových souřadnic, rekurzivně spočítat nejmenší vzdálenosti ε_1 a ε_2 v obou polorovinách a pak dopočítat, co se děje v pásu o šíři $2 \min(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ podél dělicí přímky. Dokažte, že probíráme-li body pásu zleva doprava, stačí každý bod porovnat s $O(1)$ sousedy. To vede na algoritmus o složitosti $\Theta(n \log n)$.
3. *ε -sít'*: Pro n -prvkovou množinu prvků X a číslo ε ($0 < \varepsilon < 1$) definujeme ε -sít' jako posloupnost $\min X = x_0 < x_1 < \dots < x_{\lceil 1/\varepsilon \rceil} = \max X$ prvků vybraných z X tak, aby se mezi x_i a x_{i+1} vždy nacházelo nejvýše εn prvků z X . Pro $\varepsilon = 1/2$ tedy počítáme minimum, medián a maximum, pro $\varepsilon = 1/4$ přidáme prvky ve čtvrtinách, \dots , a při $\varepsilon = 1/n$ už třídíme. Vymyslete jak najít ε -sít' v čase $O(n \log(1/\varepsilon))$.
4. *(Ne)stabilita*: Jak zajistit pro nestabilní algoritmus, aby třídil stabilně?
5. *Opakované prvky*: Navrhněte algoritmus na zjištění, jestli se v zadané n -prvkové posloupnosti opakují některé prvky. Dokažte problém vyžaduje v porovnávacím modelu čas alespoň $\Omega(n \log n)$.