

1. *Rekurence*: Vyřešte následující rekurence (vždy $T(1) = 1$):
 - $T(n) = 2T(n/4) + \Theta(n)$
 - $T(n) = T(n/2) + \Theta(1)$ (binární vyhledávání)
 - $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n)$ (merge sort)
 - $T(n) = 8T(n/2) + \Theta(n^2)$ (triviální násobení matic)
 - $T(n) = 7T(n/2) + \Theta(n^2)$ (Strassenův algoritmus)
 - $T(n) = T(n/5) + T(7/10n) + \Theta(n)$ (Quickselect)
 - $T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n \log n)$
2. *Medián ze dvou*: Je dáno n -prvkové pole, ve kterém jsou za sebou dvě vzestupně seřazené posloupnosti (ne nutně stejně dlouhé). Navrhněte algoritmus, který najde medián sjednocení obou posloupností v sub-lineárním čase.
3. *Inverze matice*: Navrhněte algoritmus typu Rozděl a panuj na výpočet inverze trojúhelníkové matice $n \times n$ v čase lepším než $\Omega(n^3)$. Můžete předpokládat, že n je mocnina dvojky.
4. *Nejbližší body*: Máme n bodů v rovině a chceme najít dvojici s nejmenší vzdáleností. Nabízí se rozdělit body vodorovnou přímkou podle mediánu y -ových souřadnic, rekurzivně spočítat nejmenší vzdálenosti ε_1 a ε_2 v obou polorovinách a pak dopočítat, co se děje v pásu o šíři $2 \min(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ podél dělicí přímky. Dokažte, že probíráme-li body pásu zleva doprava, stačí každý bod porovnat s $O(1)$ sousedy. To vede na algoritmus o složitosti $\Theta(n \log n)$.