

# Cvičení z Úvodu do aproximačních a pravděpodobnostních algoritmů

ZS2324 - 4. cvičení

## 1 Paralelní barvení

Vymyslete Las Vegas paralelní algoritmus pro  $n$  procesorů, který obarví graf na  $n$  vrcholech s maximálním stupněm  $\Delta$  pomocí  $2\Delta$  barev v očekávaném čase  $\mathcal{O}(\Delta \log n)$ .

## 2 k-Center problém

- Máme daný metrický prostor s vrcholy  $V$  a metrikou  $d$ .
- Pro každou podmnožinu  $S \subset V$  a každý vrchol  $v \in V$  můžeme spočítat jeho vzdálenost od  $S$  jako  $d(v, S) = \min_{s \in S} d(v, s)$ .
- Potřebný poloměr množiny  $S$  je pak  $R(S) = \max_{v \in V} d(v, S)$ .
- Cílem je najít množinu  $S$  takovou, aby  $|S| \leq k$  a  $R(S)$  bylo co nejmenší.
- Vymyslete 2-aproximační algoritmus.

## 3 Nezávislost

Pro tento problém uvažujme pouze náhodné proměnné řídící se rozdělením  $Bern(0.5)$ , tedy uniformně náhodné bity.

- Vymyslete  $k$  náhodných bitů které jsou  $k - 1$ -nezávislé ale ne  $k$ -nezávislé.
- Kolik 2-nezávislých náhodných bitů umíte vyrobit z  $k$  nezávislých náhodných bitů?

## HW7: k-Supplier problém

Pro dané přirozené číslo  $k$ , množinu  $m$  „dodavatelů“ a  $n$  „spotřebitelů“ a metriku definující vzdálenosti mezi všemi těmito body, najděte podmnožinu nejvýše  $k$  dodavatelů takovou, že maximální vzdálenost mezi spotřebitelem a jeho nejbližším dodavatelem je co nejkratší.

Navrhnete a analyzujete 3-aproximační algoritmus.

## HW8: Lepší barvení

Mějme grafy s maximálním stupněm nejvýše  $\Delta$ . Navrhnout sekvenční hladový algoritmus pro obarvení takových grafů pomocí nejvýše  $\Delta + 1$  barev by mělo být triviální. Navrhnete Las Vegas paralelní algoritmus, který dokáže takový graf obarvit pomocí  $\Delta + 1$  barev s vysokou pravděpodobností.  $\Delta$  může být parametr vašeho algoritmu - procesory hodnotu  $\Delta$  znají předem. Snažte se ale nespolehat na to, že je  $\Delta$  malé číslo.

## Informace

- Celkem bude zadáno deset úkolů, každý za čtyři body.
- Na vypracování máte dva týdny.
- Potřebujete alespoň 25 bodů na zápočet.
- Domácí úkoly odevzdávejte přes Sovu.

Link: <https://kam.mff.cuni.cz/owl/c/zs2324/apxr/>  
Enroll token: 6de8d9714087

