

Cvičení z Úvodu do aproximačních a pravděpodobnostních algoritmů

ZS2324 - 2. cvičení

1 Hody kostkou

Představte si, že chcete vybrat uniformně náhodné číslo z množiny $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ale máte k dispozici jenom obyčejnou kostku. Jak byste to mohli udělat? Jaká je střední hodnota potřebného počtu hodů kostkou? Zkuste se co nejvíce přiblížit optimu.

2 Limity

Dokažte že Christofidův algoritmus není lepší než $3/2$ -aproximace. Formálněji, popište nekonečnou řadu grafů takovou, že poměr mezi řešením Christofida a optimem konverguje k $3/2$.

3 Třídění

Mějme tři (mizerné) algoritmy pro kontrolování setříděnosti pole s n prvky. Všechny opakovaně vybírají uniformně náhodnou dvojici prvků, které zkontrolují, že jsou ve správném pořadí. Jedna dvojice klidně může být vybrána opakovaně. Všechny algoritmy odpovídají NE když narazí na špatně uspořádanou dvojici. Tady je, kdy jednotlivé algoritmy odpovídají ANO:

- Když má všech $\binom{n}{2}$ dvojic zkontrolovaných.
- Když vidí nějakou dvojici podruhé.
- Po zkontrolování n dvojic. Navíc odpovídá NE pokud vidí nějakou dvojici podruhé.

Každý z těchto algoritmů patří do jedné z tříd BPP, RP a ZPP. Správně je přiřaďte a dokažte, že tam skutečně patří. Případně ukažte, jak algoritmus upravit, aby pravděpodobnost chyby odpovídala definici ze skript.

HW3: Redukce

Předpokládejte pouze to, že nalezení nejkratší Hamiltonovské cesty je NP-těžké.

Dokažte, že nalezení nejkratší Hamiltonovské cesty i nalezení nejkratší Hamiltonovské kružnice jsou NP-úplné problémy.

HW4: Algoritmy

Problém vrcholového pokrytí (VERTEX COVER) hledá nejmenší možnou podmnožinu vrcholů grafu takovou, aby každá hrana měla alespoň jeden konec v této podmnožině. Představte si následující jednoduchý algoritmus:

Dokud graf obsahuje alespoň jednu nepokrytou hranu, tak vybereme libovolnou z nich a oba její konce přidám do podmnožiny.

Ukažte, že to je aproximační algoritmus a určete jeho aproximační poměr.

Informace

- Celkem bude zadáno deset úkolů, každý za čtyři body.
- Na vypracování máte dva týdny.
- Potřebujete alespoň 25 bodů na zápočet.
- Domácí úkoly odevzdávejte přes Sovu.

Link: <https://kam.mff.cuni.cz/owl/c/zs2324/apxr/>

Enroll token: 6de8d9714087

