

# Tahák pro písemku

Matej Lieskovský

## Konvence

Většinou značíme  $q = (1 - p)$ ,  $\mu = \mathbb{E}(X)$ ,  $\sigma^2 = \text{var}(X)$

## Vzorečky

$$\mathbb{E}(X) = \sum_x xP(X=x) = \sum_{x=0}^{\infty} P(X \geq x) - P(X \leq -x)$$

(nebo obdobně s integrály pro spojitě  $X$ )

$$P(A \wedge B) = P(A|B)P(B)$$

$$P(A) = P(A \wedge B) + P(A \wedge B^C)$$

$$\mathbb{E}(X+Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y)$$

$$\mathbb{E}(aX+b) = a\mathbb{E}(X) + b$$

$$\text{var}(X) = \mathbb{E}((X-\mu)^2) = \mathbb{E}(X^2) - \mu^2$$

$$\text{var}(aX+b) = a^2 \text{var}(X)$$

Pro nezávislé navíc platí

$$P(A \wedge B) = P(A)P(B)$$

$$\text{var}(X+Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y)$$

## Diskrétní rozdělení

| $X \sim$             | význam                                                    | $P(X=x)$                                             | $\mathbb{E}(X)$ | $\text{var}(X)$          |
|----------------------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------|--------------------------|
| $Bern(p)$            | indikátor jevu                                            | $P(X=1) = p$                                         | $p$             | $pq$                     |
| $Geom(p)$            | délka čekání                                              | $q^{k-1}p$                                           | $1/p$           | $\frac{q}{p^2}$          |
| $Binom(n, p)$        | $\sum_n Bern(p)$                                          | $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$                           | $np$            | $npq$                    |
| $Hypergeom(N, K, n)$ | $n$ z $N$ hledáme $K$                                     | $\frac{\binom{K}{k} \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$ | $\frac{nK}{N}$  | ošklivé                  |
| $Pois(\lambda)$      | $\lim_{n \rightarrow \infty} Binom(n, \frac{\lambda}{n})$ | $\frac{\lambda^k}{e^\lambda k!}$                     | $\lambda$       | $\lambda$                |
| $U(a, b)$            | číslo od $a$ do $b$                                       | $\frac{1}{b-a+1}$                                    | $\frac{a+b}{2}$ | $\frac{(b-a+1)^2-1}{12}$ |

## Spojitá rozdělení

Funkce jsou uváděny jednom pro „zajímavý“ interval.

$$\varphi(x) = \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$$

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$$

| $x$       | 0   | 0.5     | 1       | 1.5     | 2       | 3       | 4       |
|-----------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\Phi(x)$ | 0.5 | 0.69146 | 0.84135 | 0.93319 | 0.97725 | 0.99865 | 0.99997 |

| $X \sim$           | význam                | $f(x)$                                           | $F(x)$                       | $\mathbb{E}(X)$ | $\text{var}(X)$      |
|--------------------|-----------------------|--------------------------------------------------|------------------------------|-----------------|----------------------|
| $Exp(\lambda)$     | délka čekání          | $\lambda e^{-\lambda x}$                         | $1 - e^{-\lambda x}$         | $1/\lambda$     | $1/\lambda^2$        |
| $N(\mu, \sigma^2)$ | $\lim \sum X_i$       | $\frac{1}{\sigma} \varphi(\frac{x-\mu}{\sigma})$ | $\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$ | $\mu$           | $\sigma^2$           |
| $U(a, b)$          | hodnota od $a$ do $b$ | $\frac{1}{b-a}$                                  | $\frac{x-a}{b-a}$            | $\frac{a+b}{2}$ | $\frac{(b-a)^2}{12}$ |