

Páté cvičení - řešení

Matej Lieskovský

1

Možnost A

Hodíme Y šestek a pak hodíme Z (ne-šestku).

$$\mathbb{E}(X) = 6\mathbb{E}(Y) + \mathbb{E}(Z)$$

$$Y + 1 \sim \text{Geom}(5/6)$$

$$\mathbb{E}(Y) = 1/5$$

$$Z \sim U(1, 5)$$

$$\mathbb{E}(Z) = 3$$

$$\mathbb{E}(X) = 6/5 + 3 = 4.2$$

Možnost B

$$\mathbb{E}(X) = 1/6(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + (6 + \mathbb{E}(X)))$$

$$\mathbb{E}(X) = 3.5 + \mathbb{E}(X)/6$$

2

Označme z počet ztracených bodů za každou špatnou odpověď. (Aktuálně $z = 1/4$.)

Pokud odpovídá jenom na otázky, které umí, tak z dvaceti otázek jich asi $20p$ umí a dostane tak $20p$ bodů.

Nezná $20(1-p)$ otázek a za každou získá v průměru $(1-3z)/4$ bodů. Celkem tedy aktuálně $5/4(1-p)$ bodů.

Pokud chceme, aby tipování nepomáhalo, tak $(1-3z)/4 = 0$ a tudíž $z = 1/3$.

3

Tady bylo důležité si uvědomit, že průměrná rychlost je průměr vážený časem, ne vzdáleností. Když prší, trvá cesta 12 minut. Jinak cesta trvá 6 minut. Průměrně mu teda cesta trvá 9.6 minuty a průměrná rychlost je tedy jenom 6.25km/h.

4

- $0.8(1000 + 0.5(2000)) = 1600$
- $0.5(2000 + 0.8(1000)) = 1400$
- Podle toho, zda je více $p_1(m_1 + p_2m_2)$ nebo opačně.
- Rozmyslete si, že uspořádat otázky podle $p_i m_i / (1 - p_i)$ funguje.