Čtvrté cvičení

Matej Lieskovský

Hrátky s náhodnými veličinami

Prokop hází basketbalovým míčem na koš, v každém pokusu má pravděpodobnost zásahu 1/10, pokusy jsou nezávislé. Skončí po prvním zásahu. Označme X celkový počet hodů.

- Jaká je $P(X > k)$?
- Jaká je distribuce X? Tj. určete pravděpodobnostní funkci p_X, tj. pro každé x určete $P(X = x)$.
- Jaká je $P(X \geq 10 | X \geq 5)$?
- Jaká je $E(X)$?

Označme $Y = X \bmod 2$, tj. $Y = 0$, pokud je X sudé, jinak $Y = 1$. Určete distribuci Y.

Quido také hází míčem na koš, má pravděpodobnost p, že se trefí. Označme Z počet zásahů z n pokusů. Určete distribuci Z.

Kasino

Házíme opakovaně mincí. Pokud poprvé padla panna v n-tém hodu, dostaneme odměnu 2^n korun. Kolik se vyplatí zaplatit za účast v této hře?

Opět žárovky

Předpokládejme, že žárovka má každý den stejnou pravděpodobnost vyhoření a v průměru vydrží 100 dní. V budově je 200 žárovek, které jsou identické a vzájemně nezávislé.

- Jakým rozdělením se řídí životnost žárovky?
- Jaká je pravděpodobnost, že žárovka vydrží 150 dnů?
- Jak dlouho vydrží 50% žárovek?
- Jaký je očekávaný počet vyhořelých žárovek za den?
- Jaká je šance, že vyhoří dvakrát tolik žárovek za jeden den?
- V krabici se žárovkami je 15 žárovek, ale 3 z nich jsou nefunkční. Technik si s sebou vezme 3 náhodně vybrané žárovky. Jaká je pravděpodobnost, že to bude stačit na vyměnění všech žárovek, co tento den vyhoří? (Cílem je vyměnit vyhořelé žárovky za funkční žárovky.)

Tahák

X	$\Pr(X = k)$	$\mathbb{E}(X)$
$Bern(p)$	$\Pr(X = 1) = p$, $\Pr(X = 0) = 1 - p$	p
$Geom(p)$	$(1 - p)^{k-1} p$	$1/p$
$Binom(n, p)$	$\binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$	pn
$Hypergeometric(N, K, n)$	$\frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	
$Pois(\lambda)$	$\frac{\lambda^k}{e^{-\lambda} k!}$	

Dokážete doplnit chybějící dvě hodnoty?