

Třetí cvičení

Matej Lieskovský

Připomenutí

$$P(A \wedge B) = P(A|B)P(B) \quad P(A) = P(A \wedge B) + P(A \wedge B^C)$$

Pro nezávislé jevy navíc platí $P(A \wedge B) = P(A)P(B)$

Úkoly k procvičení

Věta z přednášky

Dokažte že $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Zamyšlení navíc: Čemu se rovná $P(A \cup B \cup C)$?

Písemka

Na zkoušku se připravilo 60% studentů. Přípravení studenti mají dvojnásobnou pravděpodobnost úspěchu oproti jejich nepřipraveným kolegům. Nepřipravených a současně neúspěšných studentů bylo 20%. Kolik studentů uspělo?

Kostka

Házeme férovou osmistěnnou kostkou. Nechť jev A je „na kostce padlo číslo alespoň 5“ a jev B je „na kostce padlo číslo dělitelné třemi“. Určete $P(A)$, $P(B)$, $P(A|B)$ a $P(B|A)$. Jsou jevy A a B nezávislé?

Míčky

Víme že právě každý druhý modrý míček má na sobě proužek. Také víme, že právě každý čtvrtý míček s proužkem je modrý. Právě každý devátý míček je modrý s proužkem. Kolik míčků je modrých? Kolik míčků má na sobě proužek? Kolik míčků nemá modrou barvu ani proužek?

Dva ze tří

Ve vězení jsou tři vězni a prezident si (uniformně náhodně) vybral dva, kterým udělí milost. Jednomu z nich dozorce nabídl, že mu řekne jméno jednoho z druhých dvou vězňů, který bude propuštěn. Vězeň ale odmítl: „Pak bych měl pravděpodobnost propuštění jen 1/2, teď ji mám 2/3.“ Má pravdu?

Zamyšlení navíc: Po prozrazení jména jednoho propuštěného dozorce nabízí, aby si vězeň vyměnil místo s tím nejmenovaným. Má tohle vězeň přijmout?

Žetonky

Vyrábíme sáček plný žetonků, kde na každém žetonku bude napsáno buď „panna“ nebo „orel“. Víme, že následně s tímto sáčkem proběhne následující pokus:

Pracovník si hodí mincí. Pokud padne panna, vytáhne ze sáčku jeden žetonek a podívá se, co je na něm napsáno. Pokud padne orel, vytáhne ze sáčku dva žetonky a podívá se, co je na nich napsáno. V obou případech pak žetonky vrátí do sáčku, znovu si hodí mincí a celý pokus bude (mnohokrát) opakovat.

Jaký má být poměr mezi žetonky s nápisem „panna“ a žetonky s nápisem „orel“, aby se ve střední hodnotě co nejvíce vytažených žetonků se shodovalo s aktuálním výsledkem hodů mince?