

Kombinatorické počítání – opakování z Diskrétní Matematiky

- 1 Firma hledá nové zaměstnance na 4 různé pozice. Kolika způsoby lze tyto pozice obsadit z 11 možných uchazečů?
- 2 V pekárně mají tři druhy pečiva: chleba, housky a rohlíky (každý v dostatečně velkém množství). Kolika způsoby je možné si koupit celkem 8 kusů pečiva?
- 3 Kolik existuje způsobů sestavit 5členný tým ze skupiny 21 hráčů?
- 4 Kolik existuje surjektivních funkcí f z množiny $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ do množiny $\{1, 2, 3\}$?
- 5 Kolik slov (včetně nesmyslných) délky 7 lze vytvořit z písmen anglické abecedy?
- 6 Kolik řešení má v nezáporných celých číslech rovnice $x_1 + \dots + x_5 = 13$? A kolik řešení v kladných celých číslech?
- 7 Rozmísťujeme k kuliček do n přihrádek. Do následující tabulky doplňte počty možných výběrů:

Kuličky jsou	V každé přihrádce je		
	nejvýše jedna	libovolně mnoho	alespoň jedna
různobarevné			
stejnobarevné			

Asymptotické odhady

- 8 Pro velmi velká n seřaďte následující výrazy podle velikosti:

$$1000n, \quad \frac{1}{2}n(n+1), \quad 1.1^n, \quad n\sqrt{n}, \quad n \log n.$$

- 9 Pro velmi velká n seřaďte následující výrazy podle velikosti:

$$\binom{2n}{n}, \quad \binom{2n}{5}, \quad n!, \quad n^n, \quad (\sqrt{n})^n, \quad n^{\sqrt{n}}, \quad n^5.$$

Polynomy

10

- a) Mějme mince v hodnotě 1, 2, 3, 4 Kč v neomezeném množství. Kolika způsoby můžeme zaplatit 6 Kč pomocí 3 mincí?
- b) Mějme mince v hodnotě 1, 2, ..., 10 Kč v neomezeném množství. Kolika způsoby můžeme zaplatit 13 Kč pomocí 4 mincí? (V obou případech na pořadí záleží.)

11

V cukrárně prodávají 3 druhy zákusků: trubičky, větrníky, indiánky. Kolika způsoby můžeme nakoupit 12 zákusků tak, abychom od každého druhu koupili alespoň dva kousky a zároveň koupili nejvýše tři indiánky, přičemž na pořadí záleží.

12

Určete koeficient

- a) u x a u x^2 v polynomu $(1 + x + x^2)^3$,
- b) u x a u x^2 v polynomu $(1 + x + x^2 + x^3)^3$,
- c) u x^7 v polynomu $(1 + x + x^2 + \dots + x^{10})^{20}$,
- d) u x^{15} v polynomu $(x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^4$,
- e) u x^{28} v polynomu $(x + x^3 + x^4 + \dots + x^{30})^6$